



В.Г. Коновалов

**Таяние
и сток
с ледников**

в бассейнах
рек
Средней
Азии

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ СССР ПО ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИИ
И КОНТРОЛЮ ПРИРОДНОЙ СРЕДЫ
СРЕДНЕАЗИАТСКИЙ РЕГИОНАЛЬНЫЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ им. В. А. БУГАЕВА

В.Г. Коновалов

Таяние и сток с ледников в бассейнах рек Средней Азии

Под редакцией
канд. геогр. наук В. Ф. СУСЛОВА



ЛЕНИНГРАД ГИДРОМЕТЕОИЗДАТ 1985

Изложено решение проблемы определения основных элементов гидрологического режима совокупностей ледников в речных бассейнах: теоретическое обоснование и построение физико-статистической модели процесса таяния и стока для множества ледников в бассейне, методические основы численной реализации модели на ЭВМ, количественное описание и анализ пространственной изменчивости основных статистических параметров гидрологического режима оледенения Средней Азии, методы прогнозов ледникового стока и численную модель оптимального искусственного воздействия на таяние и водоотдачу ледников.

Приведены данные о суммарном таянии и ледниковом стоке в бассейнах рек Средней Азии, региональные формулы и карты для расчета климатических факторов оледенения (суммарная радиация, общая облачность, альbedo, продолжительность периода таяния льда и др.), норм и коэффициентов вариации элементов гидрологического режима оледенения.

Для научных работников в области гидрологии, гляциологии и географии, специалистов проектных и водохозяйственных организаций.

По данным Каталога ледников СССР в бассейнах рек Чу, Талас, Асса, оз. Иссык-Куль, Сарыджас, Сырдарьи, Зеравшан и Амударьи насчитывается около 16 500 ледников общей площадью примерно 18 000 км² [61, 179]. В ледниках Средней Азии по предварительным сведениям [61, 141, 179] содержится от 1100 до 1430 км³ пресной воды.

Площадь оледенения Средней Азии составляет всего лишь 4,5 % общей площади речных бассейнов на этой территории. Однако средняя стокообразующая ценность ледников Средней Азии по оценкам работ [93, 141, 221] в 3—4 раза превышает их относительную площадь для годового стока рек Средней Азии и почти в 10 раз для летнего стока.

Близкие по значениям определения среднего многолетнего вклада ледникового питания в годовом и сезонном стоке рек Средней Азии приводятся в работах В. Л. Шульца, А. О. Кеммериха, А. Н. Кренке и др. Указанные сведения представляют собой начальный уровень описания режима оледенения. Качественно новым и необходимым уровнем описания гидрологического режима оледенения Средней Азии является характеристика внутригодовой и многолетней изменчивости этого режима. Данной проблеме посвящена работа автора.

Для описания и расчета процесса суммарного таяния ледников и ледникового стока все множество $N_{г\lambda}$ ледников ($N_{г\lambda} \geq 2$), находящихся в некотором речном бассейне, рассматривается как единая гляциальная область. В зависимости от размеров бассейна в пределах гляциальной области выделяется k групп ледников, объединяющих произвольное количество n однородных единичных ледников ($n \geq 1$)

$$N_{г\lambda} = n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k. \quad (1.1)$$

При определении внутригодового и многолетнего режима гляциальных областей учитываются все основные особенности и закономерности процессов аккумуляции и таяния, установленные на отдельных ледниках. Это положение представляет собой научную основу разработанного автором метода расчета составляющих суммарного таяния ледников и ледникового стока как элементов гидрологического режима гляциальных областей Средней Азии.

Методической основой для определения основных параметров внутригодового и многолетнего гидрологического режима оледенения Средней Азии является региональная физико-статистическая модель процесса таяния и стока для множества ледников в бассейнах рек и их отдельных частях.

Предложенная автором модель включает ряд новых теоретических и практических положений и результатов. В частности:

1. Предложена и обоснована статистическая модель гляциальной области для обобщения морфометрических показателей дискретного множества ледников и расчетов режима оледенения. Статистическая модель гляциальной области включает группировку или классификацию множества ледников и определение средних и средних взвешенных по площади характеристик оледенения в каждой из однородных групп ледников.

Предполагается, что такие осредненные показатели как площадь, абсолютные высоты верхнего и нижнего концов ледника, фирновой границы, площадь морены, распределение площади ледника по высоте, экспозиция и уклон поверхности принадлежат некоему условному «среднему леднику». Методической основой определения комплекса перечисленных характеристик является условие равенства объема таяния на «среднем леднике» помноженного на количество ледников — суммарному объему таяния ледников в отдельном районе гляциальной области. Это положение доказано теоретически и подтверждено путем специального численного эксперимента.

Преимущество использования «средних ледников» по сравнению с построением кривых распределения соответствующих показателей заключается в упрощении и уменьшении громоздкой обработки карт, программирования и продолжительности счета на ЭВМ, в возможности применения результатов расчета таяния для анализа специфических вопросов режима ледников, зависящих от формы, соотношения площадей аккумуляции и абляции и т. д.

2. Введено понятие индекса баланса аккумуляции и таяния в гляциальных областях, которое играет важную роль в расчетах и прогнозах суммарного таяния ледников и ледникового стока, установлены закономерности пространственной изменчивости компонентов индекса баланса по территории Средней Азии.

3. На основе понятия индекса баланса разработан метод реконструкции и прогноза многолетнего ряда максимальных высот сезонной снеговой границы для отдельных ледников и их групп.

Сведения о максимальной высоте $Z_{\text{макс}}$ сезонной снеговой границы на поверхности ледников в конце абляционного периода являются весьма содержательным показателем, прямо или опосредованно характеризующим различные элементы режима гляциальной области. В региональной физико-статистической модели процесса суммарного таяния этот показатель используется как косвенная характеристика зимней аккумуляции снега в области абляции «среднего ледника», учитывая свойство $Z_{\text{макс}}$ маркировать площадь ледника, где зимний снег стаивает полностью.

Определение $Z_{\text{макс}}$ в районах произвольной гляциальной области выполняется посредством разработанного автором метода реконструкции многолетнего ряда и прогноза $Z_{\text{макс}}$ по данным на-

блюдений за температурой воздуха, осадками и облачностью на метеорологических станциях.

4. Поставленная задача расчета гидрологического режима гляциальных областей предусматривает отдельную оценку таяния зимнего и летнего снега, старого фирна, обнаженного льда и льда под мореной с учетом временной изменчивости площадей перечисленных типов поверхности ледника в течение мая—октября. Для определения этих площадей необходимы морфометрические параметры «среднего ледника» и данные о движении сезонной снеговой границы (ССГ) на поверхности ледника. Методической основой получения таких данных является предлагаемая в работе модель движения сезонной снеговой границы на леднике. В этой модели учтена возможность выпадения на произвольных высотах и таяния летнего снега.

5. С целью оптимизации и обоснования состава аргументов в формулах интенсивности таяния снега и льда детально проанализированы различные варианты уравнения теплового баланса и многофакторная зависимость таяния от метеорологических элементов (солнечной радиации, температуры воздуха, общей облачности, относительной и абсолютной влажности воздуха и др.).

6. Определены и тщательно проверены на независимом материале параметры двухфакторных и однофакторных локальных и региональных формул интенсивности таяния снега и льда в условиях Средней Азии и Кавказа.

7. Получена универсальная функция ослабления таяния снега и льда под мореной различной толщины и предложен способ расчета среднего слоя морены на концах ледников.

8. Получены практические региональные решения и формулы для определения дат начала и конца периода абляции, пространственно-временной изменчивости альбедо различных типов поверхности снега и льда, времени восхода и захода солнца на ледниках, прямой радиации и суммарной радиации в реальных условиях облачности.

9. Разработаны региональные методы расчета интегрального за период абляции коэффициента стока с учетом максимальной высоты сезонной снеговой границы на ледниках и отдельного определения объема ледникового стока, формирующегося на языках и в фирновых областях ледников.

Расчеты многолетних рядов объемов суммарного таяния ледников и ледникового стока были выполнены в бассейнах рек Малая Алмаатинка, Алаарча, Талас, Пскем, Исфара, Зеравшан (Матча), Коксу (ледник Абрамова), Сарыджас, Муксу, Сельдара. Сопоставление непосредственных измерений отдельных составляющих и суммарного таяния в целом в группе Туюксуйских ледников за 1957—1974 гг. и на леднике Абрамова за 1968—1975 гг. с результатами расчета показало хорошее их совпадение.

С целью изучения возможностей применения разработанного автором метода расчета суммарного таяния ледников за пределами горной территории Средней Азии было выполнено опреде-

ление месячных объемов таяния льда, фирна, зимнего и летнего снега на ледниках Большого Кавказского хребта в бассейнах рек Терек за 1950—1974 гг. и Ингури за 1951—1975 гг. Анализ полученных результатов показал в обоих случаях хорошее согласование между объемами таяния и ледникового стока в отдельных районах гляциальных областей бассейнов рек Терек и Ингури.

Итогом анализа и обобщения полученных автором данных о внутригодовом и многолетнем ходе суммарного таяния ледников V_M и ледникового стока $W_{гл}$ являются следующие новые результаты.

а) Получены региональные зависимости и аналитические выражения для определения доли ледникового питания в годовом и сезонном стоке рек Средней Азии и Кавказа, а также для расчетов коэффициента вариации ледникового стока и продолжительности периода таяния льда, определена величина отношения коэффициентов асимметрии и вариации.

В общем виде рассмотрены закономерности пространственной изменчивости коэффициента вариации многолетних рядов ледникового стока $C_v(W_{гл})$ в бассейнах рек Средней Азии. Показано, что зависимость $C_v(W_{гл})$ от высоты местности является возрастающей функцией.

С помощью перечисленных формул нетрудно рассчитать кривую распределения ледникового стока в любом бассейне Средней Азии, что существенно упрощает региональные исследования гидрологического режима оледенения. Эти же формулы использованы для построения карт распределения по площади бассейнов рек Памиро-Алая доли ледникового питания в годовом стоке и коэффициентов вариации ледникового стока.

б) Определены ординаты нормированных интегральных разностных кривых для годовых объемов суммарного таяния ледников и ледникового стока в бассейнах рек Средней Азии. Установлена продолжительность маловодной и многоводной фаз в многолетнем режиме V_M и $W_{гл}$, выявлена синхронность резких пиков в гидрологическом режиме оледенения.

в) Расчет многолетних рядов такой важнейшей характеристики режима гляциальных областей как максимальная высота $Z_{\max}$ сезонной снеговой границы на ледниках впервые позволил разработать методику долгосрочного прогноза $Z_{\max}$.

В общем виде поставлена и решена задача долгосрочного прогноза суммарного таяния ледников и ледникового стока. Определены бассейны рек Средней Азии, где эффективным предиктором для прогноза ледникового стока является сумма зимне-весенних осадков. Получены зависимости и формулы для раздельного прогноза ледниковой и снеговой составляющих стока вегетационного периода. Рассмотрены возможности прогноза V_M и $W_{гл}$ на основе уравнений авторегрессии и множественной регрессии.

г) Разработана численная модель оптимального искусственного воздействия на таяние всего множества ледников в бассейне с целью увеличения объема стока. В модели предусматривается

минимизация отрицательных последствий от воздействия для естественного режима ледников, использован ряд новых зависимостей, обеспечивающих повышение экономической эффективности мероприятия. Реализация модели в бассейнах рек Средней Азии позволила впервые разработать метод долгосрочного прогноза возможного дополнительного объема ледникового стока при искусственном усилении таяния ледников.

Для выполнения всех численных процедур автором разработан комплекс программ и алгоритмов для ЭВМ, обеспечивающих автоматизированное определение внутригодового (май—октябрь) и многолетнего режима декадных и месячных объемов таяния зимнего и летнего снега, фирна, обнаженного льда и льда под морской в произвольной гляциальной области Средней Азии. Особенности климата, рельефа и оледенения в каждом конкретном бассейне учитываются на стадии подготовки данных для ЭВМ.

Для придания методу расчета таяния ледников большей универсальности предусмотрено, что входной информацией являются в основном данные стандартных измерений температуры воздуха, облачности, осадков на сети метеорологических станций и материалы по морфометрии ледников, содержащиеся в Каталоге ледников СССР. Все дополнительные параметры, необходимые для выполнения счета на ЭВМ, определяются заранее и составляют часть входной информации с тем, чтобы полностью исключить зависимость вычислительного процесса от любых параллельных измерений на ледниках.

Основные условные обозначения

- Ab — процесс и годовой объем абляции (единицы объема или массы)
 $Ак$ — процесс и годовой объем аккумуляции на ледниках (единицы объема или массы)
 A_k — альbedo поверхности льда или снега в коротковолновой части спектра солнечной радиации (проценты или доли единицы)
 $A_{кз}$ — альbedo искусственно запыленной поверхности льда или снега
 $\Delta A_k, \epsilon f$ — эффект изменения альbedo снега или льда в результате запыления поверхности (проценты или доли единицы)
 B — годовой баланс аккумуляции и абляции на ледниках (единицы объема или массы)
 B_k — дневная сумма или интенсивность коротковолновой солнечной радиации, поглощенной поверхностью
 B_d — дневная сумма или интенсивность баланса длинноволнового излучения поверхности и противозлучения атмосферы
 ΔB_k — изменение поглощенной радиации B_k после искусственного запыления поверхности
 C_n — балл нижней облачности
 C_o — балл общей облачности
 C_v — коэффициент вариации
 C_s — коэффициент асимметрии
 $C_v(W_{гл})$ — коэффициент вариации ледникового стока
 $C_v(T_l)$ — коэффициент вариации продолжительности периода таяния льда на ледниках
 c_p — удельная теплоемкость воздуха при постоянном давлении
 c_* — удельная теплота плавления льда
 D — дневная сумма или интенсивность рассеянной радиации
 $d_{нр}$ — календарная дата начала расчетного периода
 $d_{кр}$ — календарная дата конца расчетного периода
 $d_{нл}$ — календарная дата начала периода таяния льда
 $d_{кл}$ — календарная дата конца периода таяния льда; в региональной модели процесса суммарного таяния ледников $d_{нл}$ и $d_{кл}$ выражаются числом дней с начала гидрологического года

- $\frac{\partial T}{\partial z}$ — вертикальный градиент абсолютной температуры воздуха
 $\frac{\partial q^*}{\partial z}$ — вертикальный градиент удельной влажности воздуха
 E — суточная величина или интенсивность испарения
 E_a — длинноволновое излучение атмосферы, направленное к поверхности земли
 E_z — длинноволновое излучение земли
 $E_{эф}$ — эффективное излучение
 e — упругость водяного пара
 F_c — площадь сезонного снежного покрова на леднике
 $F_{лф}$ — площадь льда и фирна на леднике
 $f_1(C)$ — функция ослабления суммарной солнечной радиации в зависимости от баллов облачности
 $f_2(C)$ — функция прироста эффективного излучения в зависимости от баллов облачности
 $\bar{H}_c$ — средняя толщина сплошной морены на конце ледника
 h_l — изменение высоты поверхности ледника вследствие таяния
 h_c — толщина слоя морены на поверхности ледника
 $h_{\odot}$ — угловая высота солнца
 h — относительная влажность воздуха
 I_{Ab} — индекс абляции — некоторая характеристика, имеющая генетическую и статистическую связь с годовой абляцией на ледниках (например, аномалия суммы температур воздуха за летние месяцы)
 $I_{Ак}$ — индекс аккумуляции — некоторая характеристика, имеющая генетическую и статистическую связь с годовой аккумуляцией на ледниках (например, аномалия суммы зимне-весенних осадков)
 I_B — индекс баланса. Равен алгебраической сумме индексов аккумуляции и абляции
 J — прямая солнечная радиация на перпендикулярную поверхность
 J' — прямая солнечная радиация на горизонтальную поверхность
 J_0 — метеорологическая солнечная постоянная
 K_{Θ}, K_e — коэффициенты турбулентного переноса тепла (Θ) и влаги (e)
 $K_{W_{гл}}$ — модульный коэффициент годового объема ледникового стока
 L — удельная теплота фазового перехода
 l — толщина деятельного слоя, на поверхности

ледника
 M — интенсивность таяния
 $M(B_k, \Theta)$ — интенсивность таяния как функция поглощенной радиации и температуры воздуха
 $M(r, t)$ — интенсивность таяния как функция вектора r , характеризующего пространственное положение точки на леднике
 $\tilde{M}_{10}$ — определенная по эмпирической формуле средняя за декаду интенсивность таяния
 $\tilde{M}_{30}$ — то же в среднем за месяц
 M_3 — интенсивность таяния запыленной поверхности ледника
 $M(h_c)$ — интенсивность таяния льда под слоем морены толщиной h_c
 $\bar{M}_{лс}(\Delta z, t)$ — средняя интенсивность таяния летнего снега на леднике в интервале Δz
 $N_{гл}$ — множество ледников, расположенное в пределах некоторого речного бассейна
 Q_R — радиационный баланс деятельного слоя
 Q_Θ — турбулентный поток тепла в приледниковом слое воздуха
 Q_e — турбулентный перенос тепла с водяным паром
 Q_p — выделение тепла жидких осадков на поверхность ледника
 Q_g — кондуктивный перенос тепла из деятельного слоя вглубь ледника
 Q_f — расход тепла на нагревание деятельного слоя до точки плавления
 $Q_\odot$ — суммарная радиация при отсутствии облачности
 q — сумма атмосферных осадков
 $\bar{q}_{лс}(\Delta z, t)$ — средний слой свежеснежавшего летнего снега в интервале высот Δz
 q_* — слой твердых атмосферных осадков
 R — радиационный баланс на поверхности ледника
 r — вектор, характеризующий положение точки на поверхности ледника
 r_{xx} — автокорреляционная функция процесса $x(t)$
 S — площадь ледника
 $s(z)$ — функция распределения площади ледника в зависимости от высоты
 $S_c, S_{лм}$ — площадь сплошной морены на поверхности ледника
 $S_{л}$ — площадь открытого льда
 $S_{ф}$ — площадь фирна
 $S_{зс}$ — площадь поверхности ледника покрытая зимним снегом
 $S_{лс}$ — площадь поверхности ледника покрытая летним снегом

$S_{гл}$ — общая площадь ледников в пределах некоторого речного бассейна
 $S_{бас}$ — площадь бассейна, расположенная выше замыкающего гидроствора
 S_d — площадь языка ледника, расположенная между высотами конца ледника и средней границы питания
 $S_{п}$ — площадь области питания ледника, расположенная между высотами начала ледника и средней границы питания
 $T_{п}$ — абсолютная температура поверхности ледника ($^{\circ}K$)
 T_{200} — абсолютная температура воздуха на высоте 200 см
 T_1 — продолжительность суток, равная 1440 мин
 T_2 — продолжительность года, равная 365 сут
 $T_\odot$ — дневная продолжительность солнечного сияния
 T_3 — период суммирования осадков, обусловленный заблаговременностью прогноза суммарного таяния и ледникового стока
 $T_{л}$ — продолжительность периода таяния льда
 t — время в течение года
 t_1 — время в течение суток
 u — скорость ветра
 $f(u)$ — ветровая функция
 V_M — суммарный объем таяния за период май—октябрь для всего множества ледников в некотором бассейне реки. Включает объемы таяния льда под мореной, открытого льда, старого фирна, зимнего и летнего снега
 $V_{M_1}, W_{гл}$ — суммарный объем ледникового стока за период май—октябрь, что почти эквивалентно годовому стоку. Включает объемы таяния льда под мореной, открытого льда и старого фирна
 V_{M_d} — суммарный объем таяния на площади S_d языка ледника
 $V_{M_{п}}$ — суммарный объем таяния на площади $S_{п}$ области питания
 $\tilde{V}_M, \tilde{V}_{M_1}$ — прогнозируемые величины суммарного таяния ледников и ледникового стока
 $V_{лм}, V_{л}$ — суммарные за период май—октябрь объемы таяния
 $V_{ф}, V_{зс}, V_{лс}$ — льда под мореной (лм), открытого льда (л), старого фирна (ф), зимнего (зс) и летнего снега (лс)
 $v_{с1}$ — суммарный объем таяния сезонного снега на леднике за время от максимума аккумуляции до начала таяния льда на конце ледника

v_{c_2} — суммарный объем таяния сезонного снега на леднике за время от начала до окончания периода таяния льда на конце ледника
 v_{c_3} — суммарный объем таяния сезонного снега на леднике за время от окончания периода таяния льда до конца расчетного периода
 $V_M(t), V_{M_1}(t)$ — суммарные объемы таяния для всего множества ледников. Размерность — объем в единицу времени
 $\left. \begin{matrix} v_M(t), v_L(t), \\ v_{LM}(t), v_\Phi(t), \\ v_{ZC}(t), v_{LC}(t) \end{matrix} \right\}$ — отдельные составляющие суммарных объемов $V_M(t)$ и $V_{M_1}(t)$. Размерность — объем в единицу времени
 $W, W_{\text{бас}}$ — объем стока в бассейне за год или сезон
 $W_{\text{гл}}$ — объем ледникового стока в бассейне
 $W_{\text{сн}}$ — сезонная снеговая составляющая общего стока
 $W_{\text{д}}$ — объем стока с площади языка ледника
 $W_{\text{п}}$ — объем стока с площади области питания
 W_0 — суммарный объем стока с площади гляциальной области
 $Z_{\text{макс}}$ — максимальная высота сезонной снеговой границы на леднике
 $Z_{\text{н}}$ — абсолютная высота начала ледника
 $Z_{\text{к}}$ — абсолютная высота конца ледника
 $Z_{\text{фг}}$ — средняя многолетняя абсолютная высота фирновой границы на леднике
 $Z_{\text{вгм}}$ — абсолютная высота верхней границы сплошной морены на леднике
 $Z_{\text{Зс}}(t), Z_{\text{Лс}}(t), Z_{\text{Гсс}}(t)$ — текущая абсолютная высота границы сезонного снежного покрова на леднике
 $\Delta Z_{\text{макс}}$ — максимальное превышение снеговой границы над концом ледника
 z — вертикальная координата
 $\bar{z}$ — средняя взвешенная по площади абсолютная высота участка поверхности ледника
 z_s — характеристика шероховатости поверхности
 α — уклон поверхности ледника
 α_r — коэффициент поглощения радиации
 α_d — характеристика фракционного состава угольной пыли
 β_d — коэффициент, характеризующий увеличение скорости движения снеговой границы на леднике после искусственного запыления его поверхности
 β, β_1 — коэффициенты поглощения тепла в слое морены
 γ_Θ — вертикальный градиент температуры воздуха
 δ — склонение солнца
 $\delta_{I_{Ab}}$ — вклад индекса абляции в описание дисперсии стока за июнь—сентябрь

$\delta_{I_{Ak}}$ — вклад индекса аккумуляции в описание дисперсии стока за июнь—сентябрь
 $\delta_{1W_{\text{гл}}}$ — вклад ледникового питания в годовой сток в бассейне реки
 $\delta_{2W_{\text{гл}}}$ — вклад ледникового питания в сезонный сток (VI—IX) в бассейне реки
 η — интегральный коэффициент стока для суммарного объема таяния
 η_1 — коэффициент стока для суммарного объема таяния на площади языка ледника
 η_2 — коэффициент стока для суммарного объема таяния на площади области питания
 Θ — температура воздуха
 $\theta(z, t)$ — внутригодовой ход температуры воздуха на высоте z
 κ — излучательная способность поверхности снега и льда
 κ_1 — коэффициент, характеризующий относительный вклад потоков тепла (кроме поглощенной радиации B_k) в уравнение теплового баланса
 λ — интегральная характеристика прозрачности атмосферы
 ρ — плотность
 $\rho_{\text{св}}^2$ — квадрат сводного коэффициента корреляции
 σ — среднеквадратическое отклонение
 σ^2 — дисперсия
 σ_1 — постоянная Стефана—Больцмана
 $\tau_{01}, d_{\text{нл}}$ — дата начала периода таяния льда на конце ледника
 $\tau_{k1}, d_{\text{кл}}$ — дата окончания периода таяния льда на конце ледника
 τ_1 — часовой угол солнца
 $\tau_{\text{в}}$ — время восхода солнца над линией горизонта
 $\tau_{\text{з}}$ — время захода солнца за горизонт
 φ — географическая широта
 ψ — средняя ориентация ледника
 ω — средний суточный расход воды
 ω_{10} — средний декадный расход воды
 Φ — функция устойчивости вертикального распределения метеорологического элемента (температура воздуха, влажность воздуха, скорость ветра) в приземном слое

Глава 1

Физико-статистическая региональная модель процесса таяния для всего множества ледников в бассейне реки

1.1. Общая характеристика проблемы и пути ее решения

Сформулируем вначале ряд общих положений, необходимых для уточнения постановки задачи моделирования процесса суммарного таяния ледников и ледникового стока в бассейнах рек Средней Азии.

1. Ледники представляют собой многолетние цельные природные образования, состоящие из льда и фирна. Лед — это твердое кристаллическое вещество с постоянной плотностью порядка 0,90—0,91 г/см³. Фирном называется снег возрастом от 1 года и более с широким диапазоном колебаний плотности. На поверхности ледника существует четкая граница между областями преобладающего распространения льда и фирна.

2. Внутригодовой гидрологический режим ледника включает периоды преимущественной аккумуляции и абляции сезонного снежного покрова на поверхности ледника и период абляции льда и фирна. Продолжительность периодов аккумуляции и абляции сезонного снега для любой элементарной площадки на поверхности ледника зависит от ее планово-высотных координат. Во внутригодовом ходе процессов аккумуляции и абляции сезонного снежного покрова на любой элементарной площадке имеет место последовательная смена максимума и минимума этих процессов. Процесс абляции льда и фирна может прерываться в результате образования временного снежного покрова на поверхности ледника. Линией раздела между областями абляции льда и фирна и сезонного снежного покрова является снеговая граница на поверхности ледника.

3. В результате многолетних колебаний интенсивности и продолжительности процессов аккумуляции и абляции сезонного снежного покрова на поверхности ледника площадь, где имеет место абляция льда и фирна, изменяется от нуля до всей поверхности ледника.

4. Ледниковое питание реки формируется в результате таяния льда и фирна в течение интервала времени, когда высота сезонной снеговой границы превышает отметку конца ледника. Сток от таяния сезонного снега на поверхности ледника относится к сезонному снеговому питанию реки. Такая трактовка понятия «ледниковый сток» обусловлена тем, что объем таяния льда и фирна не является элементов годового баланса твердых атмосферных осадков на поверхности водосбора.

С учетом сформулированных выше положений запишем общие выражения для определения суммарных объемов таяния сезон-

ного снега v_c и льда и фирна $v_{лф}$ за соответствующие периоды преобладающей абляции:

$$v_c = \int_{\tau_0}^{\tau_k} \int_{F_c} M(r, t) dF_c dt \quad (1.2)$$

и

$$v_{лф} = \int_{\tau_{01}}^{\tau_{k1}} \int_{F_{лф}} M(r, t) dF_{лф} dt, \quad (1.3)$$

где τ_0 и τ_k — моменты максимумов аккумуляции, разделенные во времени периодом преимущественной абляции; F_c — площадь сезонного снежного покрова на леднике; M — интенсивность таяния; r — вектор, характеризующий пространственное положение точки на леднике; τ_{01} и τ_{k1} — моменты начала и окончания таяния льда на конце ледника; $F_{лф}$ — площадь льда и фирна; dF_c и $dF_{лф}$ — элементарные площадки на поверхности снега и льда и фирна.

Поскольку площади F_c и $F_{лф}$ в течение периодов $\tau_k - \tau_0$ и $\tau_{k1} - \tau_{01}$ являются однозначными функциями высоты сезонной снеговой границы $Z_{гсс}$ на леднике, выражения (1.2) и (1.3) можно записать в форме, более удобной для численного интегрирования. Так, для интервала времени, когда $Z_{гсс} < Z_k$, т. е. от момента максимума аккумуляции сезонного снега на леднике до начала периода абляции льда и фирна

$$v_{c1}(\tau_{01}) = \int_{\tau_0}^{\tau_{01}} \int_{Z_k}^{Z_H} M(z, t) \frac{dF}{dz} dz dt \quad (1.4)$$

при $Z_k < Z_{гсс}(t) \leq Z_H$ или в течение периода абляции льда и фирна

$$v_{c2}(\tau_{k1}) = \int_{\tau_{01}}^{\tau_{k1}} \int_{Z_{гсс}(\tau_{01})}^{Z_H} M(z, t) \frac{dF}{dz} dz dt, \quad (1.5)$$

$$v_{лф}(\tau_{k1}) = \int_{\tau_{01}}^{\tau_{k1}} \int_{Z_k}^{Z_{гсс}(\tau_{k1})} M(z, t) \frac{dF}{dz} dz dt \quad (1.6)$$

и после окончания периода абляции льда и фирна, когда постоянно сохраняется условие $Z_{гсс}(t) < Z_k$

$$v_{c3}(\tau_k) = \int_{\tau_{k1}}^{\tau_k} \int_{Z_k}^{Z_H} M(z, t) \frac{dF}{dz} dz dt. \quad (1.7)$$

В выражениях (1.4)—(1.7) Z_k и Z_H — абсолютные высоты соответственно конца и начала ледника.

Поскольку интегрирование по z и t для отдельного ледника, а тем более их множества в пределах бассейна реки даже в упрощенных формулах (1.4) — (1.7) возможно только численными методами, замкнутую систему методов определения для множества ледников пространственно-временной изменчивости дат начала и конца периода таяния льда и фирна, интенсивности таяния снега, льда и фирна, высот сезонной снеговой границы и площадей различных типов поверхности ледника в течение периода $\tau_{к1} - \tau_{01}$ будем называть далее физико-статистической региональной моделью процесса таяния и ледникового стока.

Степень приближения модели гидрологического режима оледенения определяется в данном случае объективными причинами: уровнем изученности пространственно-временной изменчивости основных факторов, от которых зависит интенсивность таяния, полнотой и репрезентативностью исходной метеорологической информации об условиях таяния и сведений по морфометрии ледников, образующих гляциальную область.

Хорошо известно, какой сложной и пестрой в условиях резко расчлененного рельефа становится картина распределения осадков, облачности, атмосферной циркуляции, солнечной радиации, температуры воздуха и других метеорологических элементов. Пока что бассейны рек Средней Азии, где сосредоточены основные площади современного оледенения, в метеорологическом отношении освещены крайне недостаточно. Подавляющее большинство станций Госкомгидромета, проводящих режимные метеорологические наблюдения, расположено до высот не более 2000 м над уровнем моря. В диапазоне высот от 2000 до 3000 м таких станций всего лишь около 40 на всю горную территорию Средней Азии, а выше 3000 м количество метеорологических стационаров составляет только 23.

Условия существования оледенения Средней Азии изучены также неравномерно. Если сейчас на равнине и в предгорьях на всех реках и каналах ведется учет стока и водопользования, то о режиме многолетних запасов снега и льда в областях питания рек нередко имеются приближенные, неполные или устаревшие сведения. Недостаток данных непосредственных измерений на ледниках особенно ощущается в бассейне р. Нарын, на восточном и юго-западном Памире, в хребтах Заалайском, Петра Первого, Дарвазском, Язгулемском и др.

Основным источником данных о количестве, расположении и морфометрии ледников Средней Азии являются выпуски 13 и 14 томов «Каталога ледников СССР». При составлении каталогов ледников широко используются аэрофотосъемка и крупномасштабные карты, поэтому они неплохо отражают количественную картину современного оледенения. Весьма существенным недостатком этой картины является ее статичность и ограниченность состава характеристик ледников.

Таким образом, оценки обеспеченности исходной информацией, которая необходима для расчета процесса $M(r, t)$, показывают,

что для получения решения, пригодного для широкого использования, требуется некоторое упрощение первоначальной постановки задачи.

Качество расчета v_c , $v_{лф}$ и диапазон применимости искомой методики в целом во многом зависят от способа определения интенсивности таяния. Физическая сторона процесса поступления и преобразования энергии на поверхности снега и льда в настоящее время представляется достаточно ясной.

Обобщения результатов непосредственных измерений составляющих теплового баланса на поверхности ледников Средней Азии и других горных стран содержатся в работах [16, 26, 28, 59, 87, 110, 132, 144, 153—156, 165, 181, 197, 201, 232, 244, 245] и многих других, которые невозможно здесь перечислить. Немало исследователей в СССР и за рубежом рассматривают в своих работах способы пространственной экстраполяции метеорологических элементов, необходимых для расчета компонентов теплового баланса в горных условиях.

Анализ этих работ показывает, что использование уравнения теплового баланса для оперативных расчетов таяния в гляциальных областях является нецелесообразным ввиду недостатка или отсутствия исходной метеорологической информации (температура поверхности, влажность и прозрачность воздуха, продолжительность солнечного сияния и т. д.), слабой изученности процесса турбулентного переноса тепла и влаги в приледниковом слое воздуха, исключительной сложности ветрового режима в высокогорных долинах.

В этой ситуации для построения модели режима оледенения вполне очевидной становится необходимость:

а) получения статистическими методами эмпирических формул интенсивности таяния, учитывающих относительную значимость компонентов теплового баланса и пригодных для широкого применения в условиях оледенения Средней Азии;

б) использования при выводе эмпирических формул осредненных значений функции и аргументов с целью гашения случайных ошибок измерений;

в) суммирования рассчитанных значений $V_M(t)$ за интервалы времени от декады до месяца — также для элиминирования погрешностей.

Гляциальные области в бассейнах рек Средней Азии состоят из десятков и сотен ледников самых различных форм, размеров, с произвольным расположением, широким диапазоном микро- и мезоособенностей режима аккумуляции и абляции. В связи с этим важнейшей частью региональной модели гидрологического режима оледенения является совершенно неизученный вопрос о получении суммарных величин таяния для всего множества $N_{гл}$ ледников, образующих гляциальную область. Причем заранее ясно, что раздельное вычисление v_M и последующее накопление результатов — неэффективный и практически нереализуемый путь.

В дополнение к уже упомянутым наиболее крупным новым задачам следует назвать: а) вопросы трансформации объемов суммарного таяния в гляциальных областях в ледниковый сток, б) разработку методов долгосрочного прогноза ледникового стока, в) определение для оледенения Средней Азии статистических параметров (среднее, коэффициент вариации и коэффициент асимметрии), характеризующих многолетние колебания суммарного таяния ледников и ледникового стока в бассейнах рек региона, г) численное моделирование искусственного воздействия на таяние ледников с целью получения дополнительного объема ледникового стока.

Длительное время оценки вклада ледниковых вод как источника питания рек Средней Азии определялись путем анализа составляющих уравнения среднего многолетнего годового водного баланса. Результаты расчетов средних величин ледникового питания и стока приводятся в работах В. Л. Шульца [221], А. О. Кеммериха [93, 94], Б. А. Камалова [88], А. С. Щетинникова [230], А. Н. Кренке [141] и других авторов. Хотя проработки этих исследователей несомненно заслуживают положительной оценки, тем не менее определение одного лишь параметра гидрологического режима оледенения Средней Азии в настоящее время явно недостаточно. Как уже было отмечено ранее, для научных и практических целей необходимы: средние значения V_M и $W_{г\lambda}$ за год и отдельные месяцы абляционного периода, коэффициенты вариации и асимметрии, авто- и кросскорреляционные функции элементов гидрологического режима.

Наиболее перспективным способом изучения и количественной оценки таяния и ледникового стока как элементов режима гляциальной области является разработка математических моделей, учитывающих структуру уравнений теплового и водного баланса в ледниковых бассейнах и пространственно-временную изменчивость интенсивности процессов аккумуляции и таяния снега и льда. Принципиальное отличие математических моделей от упомянутых ранее методов расчета $\bar{V}_M$ и $\bar{W}_{г\lambda}$ состоит в том, что в модели рассматривается замкнутая система уравнений и гипотез, последовательно описывающих основные этапы процесса формирования стока.

1.2. Статистическая модель гляциальной области для расчета суммарного таяния ледников

Современное оледенение в бассейнах рек Средней Азии и других горных стран состоит из десятков и сотен ледников разнообразных размеров и форм. Наряду с изучением режима отдельных объектов, основной проблемой гляциогидрологии является получение оценок, характеризующих элементы режима всего множества ледников или гляциальной области в пределах некоторого бассейна реки. Определения внутригодового и многолетнего режима гляциальных областей естественно должны учитывать все основ-

ные особенности и закономерности процессов аккумуляции и абляции, установленные на отдельных ледниках. Это положение представляет собой научную основу разработанного автором метода расчета суммарного таяния ледников как одного из элементов режима гляциальных областей Средней Азии [119, 121].

Региональная постановка проблемы потребовала соответствующей исходной информации, решений и методов для описания процесса таяния на всей площади дискретного множества ледников. Независимо от варианта решения в целом проблемы расчета внутригодового и многолетнего режима суммарного таяния одним из принципиальных вопросов является обобщение морфометрических показателей множества ледников.

Разработанная автором статистическая модель гляциальной области [117, 123] представляет собой количественную форму типизации в однородных районах гляциальной области основных морфометрических показателей множества отдельных объектов: площади ледника и сплошной морены, индивидуального распределения площади в зависимости от высоты, отметок начала и конца ледника, фирновой границы, верхней границы сплошного моренного покрова, средних значений ориентации и уклона поверхности ледника.

Метод типизации обеспечивает получение на типичном объекте или «среднем леднике» данных о внутригодовом и многолетнем режиме суммарного таяния, относящихся ко всему множеству ледников в пределах рассматриваемого бассейна реки. Достоинством метода типизации является также возможность применения результатов расчета таяния для анализа характеристик режима ледников, зависящих от соотношения площадей аккумуляции и абляции. Например, процесс ледникового стока.

Рассмотрим далее в общем виде статистическую модель гляциальной области для расчета суммарного таяния ледников и результаты численного эксперимента, характеризующего качество модели.

Сначала запишем полное выражение суммарного объема таяния в момент t на поверхности некоторого ледника:

$$v_M(t)_r = \int_F M(r, t) dF, \quad (1.8)$$

где $v_M(t)$ — суммарный объем таяния, размерность которого — объем в единицу времени; M — интенсивность таяния; r — вектор, характеризующий пространственное положение точки на леднике (включает планово-высотные координаты, ориентацию и уклон поверхности ледника); F — площадь ледника.

Определение $v_M(t)$ по полному выражению (1.8) невозможно ни аналитически, поскольку функция $M(r, t)$ неизвестна, ни численными методами ввиду отсутствия необходимых исходных данных. Для получения практически приемлемого метода расчета

$v_M(t)$ заменим $M(r, t)$ одномерной функцией высоты местности z . Тогда

$$v_M(t)_z = \int_{Z_K}^{Z_H} M(z, t) s(z) dz, \quad (1.9)$$

где Z_H — абсолютная высота начала ледника; Z_K — отметка конца ледника; $s(z)$ — функция распределения площади ледника в зависимости от высоты местности.

Применив к интегралу от произведения двух функций $M(z)$ и $s(z)$ обобщенную теорему о среднем [204], получим

$$v_M(t)_z = M(\tilde{z}, t) \int_{Z_K}^{Z_H} s(z) dz, \quad (1.10)$$

а поскольку

$$\int_{Z_K}^{Z_H} s(z) dz = S, \quad (1.11)$$

то

$$v_M(t)_z = M(\tilde{z}, t) S, \quad (1.12)$$

где z — некоторая высота в интервале Z_H, Z_K ; S — общая площадь ледника.

Перейдем затем от единичного ледника к их однородному подмножеству $n_k \geq 1$ из множества $N_{\text{гл}} \geq 2$. Множество ледников $N_{\text{гл}}$, состоящее из одного или нескольких однородных внутри себя подмножеств, называется гляциальной областью в некотором речном бассейне

$$N_{\text{гл}} = n_1 + n_2 + \dots + n_k. \quad (1.13)$$

Общее упрощенное выражение суммарного объема таяния ледников в момент времени t в целом для гляциальной области имеет вид

$$V_M(t) = n_1 \frac{1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} M(\tilde{z}_i, t) S_i + n_2 \frac{1}{n_2} \sum_{i=1}^{n_2} M(\tilde{z}_i, t) S_i + \dots + n_k \frac{1}{n_k} \sum_{i=1}^{n_k} M(\tilde{z}_i, t) S_i, \quad (1.14)$$

где

$$\frac{1}{n_k} \sum_{i=1}^{n_k} M(\tilde{z}_i, t) S_i = \overline{M_k(\tilde{z}, t) S_k} = \overline{W}_k \quad (1.15)$$

представляет собой средний суммарный объем таяния в подмножестве n_k .

В итоге, учитывая (1.15), для определения суммарного объема таяния ледников в гляциальной области получаем:

$$V_M = n_1 \overline{W}_1 + n_2 \overline{W}_2 + \dots + n_k \overline{W}_k. \quad (1.16)$$

Выражение (1.15) для $\overline{W}_k$ является средним произведением двух переменных, которое, согласно известной [21] теореме умножения математических ожиданий, равно:

$$\overline{W}_k = \overline{M}_k(\tilde{z}) \overline{S}_k + \text{cov } M_k S_k, \quad (1.17)$$

где $\text{cov } M_k S_k$ — корреляционный момент переменных M_k и S_k . Вполне очевидно, что

$$\text{cov } M_k S_k = 0, \quad (1.18)$$

поскольку интенсивность таяния $M_k(\tilde{z})$ никоим образом не зависит от размеров площади ледника. Тогда вместо (1.17) запишем

$$\overline{W}_k = \overline{M}_k(\tilde{z}) \overline{S}_k, \quad (1.19)$$

где математическое ожидание S_k определяется весьма просто по данным о площадях отдельных ледников:

$$\overline{S}_k = \frac{1}{n_k} \sum_{i=1}^{n_k} S_i. \quad (1.20)$$

Для нахождения математического ожидания другого сомножителя в формуле (1.19) представим интенсивность таяния на высоте z , как это часто делается в гляциологических расчетах, в виде линейной функции температуры воздуха Θ :

$$M(z) = a\Theta(z) + b, \quad (1.21)$$

где a и b — параметры. Как известно [21], математическое ожидание Mo линейной функции равно той же линейной функции от математического ожидания аргумента. В данном случае —

$$\text{Mo}[M(z)] = a \text{Mo}[\Theta(z)] + b, \quad (1.22)$$

а поскольку температура воздуха в свою очередь является линейной функцией высоты местности

$$\Theta(z) = \Theta(z_0) - \gamma(z - z_0) \quad (1.23)$$

(здесь $\Theta(z_0)$ — известная температура воздуха на высоте z_0 , γ — вертикальный градиент температуры), математическое ожидание $\Theta(z)$ находим так же, как для $M(z)$, т. е.

$$\text{Mo}[\Theta(z)] = \Theta(z_0) - \gamma \text{Mo}(z - z_0). \quad (1.24)$$

Подставим (1.24) в (1.22), получим

$$\text{Mo}[M(z)] = c_M - a\gamma \text{Mo}(z), \quad (1.25)$$

где параметр c_M является обобщенной характеристикой коэффициентов a , b , γ и заданного значения $\Theta(z_0)$

$$c_M = a [\Theta(z_0) + \gamma z_0] + b. \quad (1.26)$$

Таким образом, вместо (1.14) и (1.16) получено выражение

$$V_M(t) = n_1 [c_M - a\gamma \text{Mo}(\tilde{z}_1)] \bar{S}_1 + n_2 [c_M - a\gamma \text{Mo}(\tilde{z}_2)] \bar{S}_2 + \dots + n_k [c_M - a\gamma \text{Mo}(\tilde{z}_k)] \bar{S}_k, \quad (1.27)$$

$$\text{Mo}[\tilde{z}_k] = \sum_{i=1}^{n_k} \tilde{z}_i p_i \quad (1.28)$$

(p_i — весовой множитель), которое может быть непосредственно использовано для расчетов суммарного таяния ледников за различные интервалы времени, если известно, что $M(z)$ является линейной функцией высоты. В этом случае, как показано в работе [170], $\tilde{z}$ должно быть средней взвешенной высотой ледника в интервале $Z_H—Z_K$, что обеспечивает равенство

$$M(\tilde{z}) = \frac{1}{Z_H - Z_K} \int_{Z_K}^{Z_H} M(z) dz. \quad (1.29)$$

Параметр c_M в формуле (1.27) определяется сразу для всей гляциальной области применительно к высоте z_0 и в зависимости от параметров в формуле интенсивности таяния и периода осреднения температуры воздуха на высоте z_0 .

Итак, первый, самый простой, вариант статистической модели гляциальной области для расчетов суммарного таяния ледников состоит всего лишь из двух характеристик: средней площади ледника в некотором подмножестве n_k гляциальной области и математического ожидания средних взвешенных высот ледников в том же подмножестве n_k . Можно показать также, что параметр c_M включает интенсивность таяния на высоте z_0 . Как уже было сказано, формула (1.27) применяется для определения V_M при условии линейности $M(z)$ в интервале $Z_H—Z_K$.

В рассматриваемой формуле для определения суммарного таяния ледников невозможно априорно установить, насколько точно выполняется во времени и пространстве условие линейности $M(z)$. Поэтому целесообразно разделить интервал $Z_H—Z_K$ на отдельные части, в которых функция $M(z)$ заведомо была бы линейной. Тогда вместо (1.27) напомним

$$V_M(t) = n_1 \sum_{j=1}^m [c_M - a\gamma \text{Mo}(\tilde{z}_{1j})] \bar{S}_{1j} + n_2 \sum_{j=1}^m [c_M - a\gamma \text{Mo}(\tilde{z}_{2j})] \bar{S}_{2j} + \dots + n_k \sum_{j=1}^m [c_M - a\gamma \text{Mo}(\tilde{z}_{kj})] \bar{S}_{kj}, \quad (1.30)$$

где m — число частей в интервале $Z_H—Z_K$. Количество этих частей примем равным пяти, чтобы определение суммарного объема таяния ледников включало расчет основных составляющих V_M — объемов таяния: 1) льда под мореной ($v_{\text{лм}}$), 2) открытого льда ($v_{\text{л}}$), 3) старого фирна ($v_{\text{ф}}$), 4—5) зимнего ($v_{\text{зс}}$) и летнего снега ($v_{\text{лс}}$). В формуле (1.30) переменная $\tilde{z}_j$ означает среднюю взвешенную высоту в интервале высот для соответствующего типа поверхности ледника.

Для практических определений V_M по формуле (1.30) необходимы [117, 119, 121] следующие сведения по морфометрии ледников: площадь ледника и сплошной морены; распределение площади в зависимости от высоты; абсолютные высоты начала и конца ледника, фирновой границы, верхней границы сплошного моренного покрова; средние взвешенные по площади значения ориентации и уклона поверхности ледника. Все обобщенные высотные характеристики ледников должны быть средними взвешенными по площади, данные по площадям — просто средними.

Комплекс морфометрических показателей, получаемых по данным Каталога ледников СССР, образует портрет «среднего ледника» для каждой из однородных групп ледников в некоторой гляциальной области. Затем характеристики средних ледников используются в расчетах суммарного таяния по формуле (1.30). Очевидно, что методический подход к определению V_M , основанный на понятии «среднего ледника», существенно упрощает и облегчает расчеты суммарного таяния в гляциальных областях, включающих сотни и тысячи ледников.

В качестве примеров статистических моделей в табл. 1.1 приведены морфометрические характеристики средних ледников по районам (группам ледников) гляциальных областей в бассейнах рек Пскем, Зеравшан (Матча) и Муксу. Включенные в число этих показателей средние взвешенные значения уклона и ориентации ледников определены по методике А. О. Щетинникова [226, 227] и используются для расчета поглощенной солнечной радиации как аргумента формулы интенсивности таяния. Метод расчета средней толщины морены на концах ледников разработан автором [119] и рассмотрен в разделе 2.4.

Методической основой выделения районов-подмножеств в гляциальных областях является условие однородности отдельных участков бассейна в орографическом и климатическом отношениях. Иногда в бассейнах рек с развитым оледенением необходимо один или несколько своеобразных районов рассматривать как самостоятельные гляциальные области и выделять в них однородные группы ледников. Ярким примером является бассейн ледника Федченко, который для расчетов таяния выделен в самостоятельную гляциальную область в бассейне р. Муксу. В свою очередь, в бассейне ледника Федченко морфометрические характеристики основных стволов ледников Федченко и Бивачного настолько своеобразны, что оба этих объекта входят в статистиче-

Морфометрические характеристики средних ледников по районам гляциальной области в бассейнах рек Пскем, Зеравшан (Матча) и Муксу

№ п/п	Район гляциальной области (группа ледников)	n_k	$\bar{S}(n_k)$ км ²	Z_K км	$Z_{фг}$ км	Z_H км	$\bar{S}_c(n_k)$ км ²	$Z_{вгм}$ км	$\bar{H}_c(Z_K)$ см	$\bar{\alpha}^\circ$	ψ°
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Бассейн р. Пскем											
1	ЮВ склон Угамского хребта	42	0,454	3,30	3,53	3,80	0,02	3,38	12	18°3'	123°
2	СЗ склон Майдантальского хребта	34	0,671	3,31	3,62	3,94	0,02	3,34	12	18°7'	166°
3	ЮВ склон Майдантальского хребта	24	0,337	3,34	3,63	3,86	—	—	—	21°7'	118°
4	СЗ склон Пскемского хребта	87	0,654	3,52	3,75	4,07	0,04	3,56	15	20°3'	172°
5	ЮЗ склон Таласского хребта	9	0,376	3,72	3,88	4,07	—	—	—	19°1'	112°
Бассейн р. Зеравшан											
1	Система ледника Зеравшанского	100	2,19	3,46	4,11	4,88	0,22	3,63	20	18°40'	11°40'
2	Левые притоки р. Матча до устья р. Табаспин	145	0,77	3,53	4,01	4,47	0,10	3,69	23	21°20'	175°30'
3	Левые притоки р. Матча от устья р. Табаспин до устья р. Фандарьи	134	0,28	3,70	3,97	4,27	0,02	3,74	12	24°50'	175°
4	Притоки р. Матча от р. Сабах до л. Зеравшанского	138	0,63	3,76	4,20	4,71	0,07	3,92	22	23°30'	84°
5	Притоки р. Матча ниже устья р. Сабах	59	0,30	4,01	4,24	4,50	—	—	—	22°10'	152°

Бассейн р. Муксу											
1	Нижние левые притоки р. Муксу от устья до бассейна р. Сугран	64	2,15	3,45	4,54	5,84	0,05	3,58	6,1	24,5	332
2	Левые притоки р. Муксу от конца л. Федченко до бассейна р. Сугран	103	1,88	3,78	4,86	6,11	0,11	4,08	11,7	25,0	341
3	Нижние правые притоки р. Муксу от устья до пер. Терсагар	91	1,40	3,97	4,77	5,42	0,07	4,26	14,1	23,0	153
4	Правые притоки и верховья р. Сауксай	149	1,80	4,31	5,25	6,30	0,09	4,48	9,3	28,0	199
5	Бассейн р. Кызкуртан	39	2,68	4,39	4,94	5,58	—	—	—	24,5	26
6	Левые притоки р. Сауксай	198	0,89	4,48	4,99	5,58	—	—	—	27,0	31
7	Бассейн р. Баляндкиик	260	1,01	4,57	5,01	5,50	0,01	4,78	5,3	23,0	24
Бассейн л. Федченко											
1	Основной ствол л. Федченко	1	214,0	2,88	4,55	6,83	28,7	3,54	25,3	7,0	360
2	Основной ствол л. Бивачного	1	32,0	3,46	4,19	6,38	17,6	4,13	78,9	8,5	45
3	Бассейн р. Малый Танымас	31	1,52	3,96	4,90	6,02	0,43	4,62	53,3	28,0	73
4	Группа ледника Косиненко—Улугбека	36	1,63	4,11	4,87	5,72	0,23	4,56	24,5	22,0	323
5	Левые притоки л. Бивачного	28	2,55	4,24	5,18	6,73	0,61	4,86	43,7	25,5	82
6	Левые притоки л. Федченко выше устья л. Бивачного	42	3,58	4,41	4,87	5,66	0,08	4,40	7,7	20,0	66
7	Правые притоки л. Бивачного	22	1,62	4,53	5,13	6,02	0,09	5,26	13,3	32,0	337
8	Правые притоки л. Федченко	24	3,27	4,71	5,17	6,02	0,07	4,89	6,9	20,0	250

Примечание. n_k — количество ледников в группе; $\bar{S}(n_k)$ — площадь среднего ледника в группе (подмножестве) n_k ; Z_K — высота конца ледника; $Z_{фг}$ — высота фирновой границы; Z_H — высота начала ледника; $\bar{S}_c(n_k)$ — средняя площадь сплошной морены; $Z_{вгм}$ — верхняя граница сплошной морены; $\bar{H}_c$ — средняя толщина сплошной морены на конце ледника; α — средний уклон; ψ — средняя экспозиция.

скую модель гляциальной области бассейна Федченко как самостоятельные подмножества.

Для оценки качества расчетов V_M в гляциальной области по обобщенным морфометрическим параметрам среднего ледника выполнен следующий численный эксперимент. Сначала по морфометрическим характеристикам каждого ледника были рассчитаны за сорокалетний ряд лет слагаемые суммарного объема таяния 7 ледников в течение мая—октября. Затем для этой группы ледников были определены высотные и площадные показатели сред-

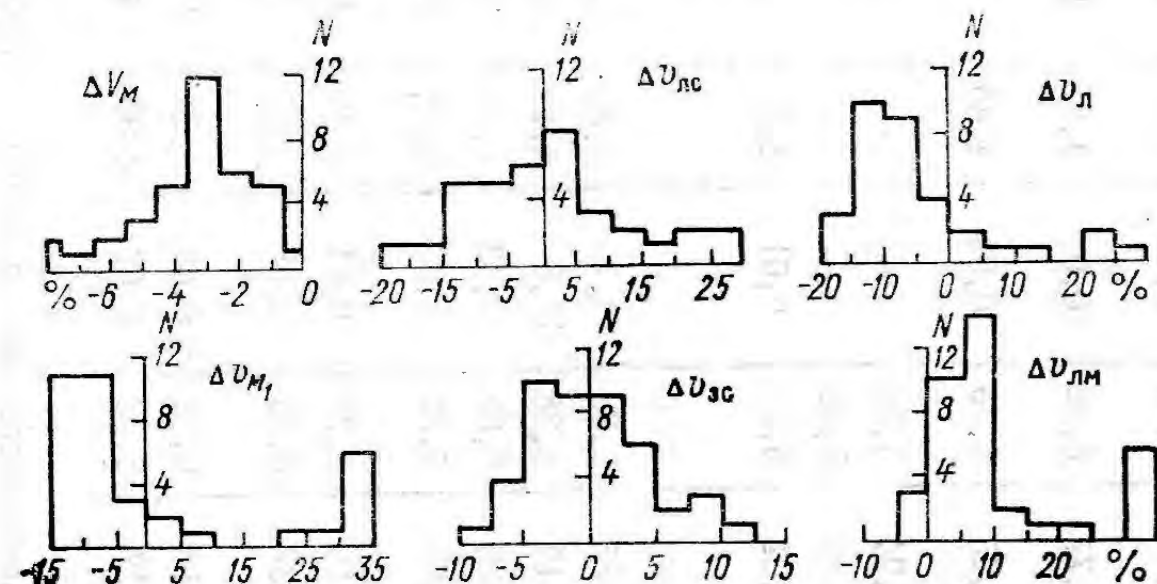


Рис. 1.1. Распределения относительных отклонений объемов V_M , V_{M1} , $V_{лс}$, $V_{зс}$, $V_л$, $V_{лм}$, полученных на основе статистической модели гляциальной области от аналогичных характеристик, определенных путем суммирования результатов расчета таяния для каждого ледника в группе.

него ледника и расчет слагаемых суммарного объема таяния по модели (1.30) был повторен за те же годы.

На рис. 1.1 показаны распределения относительных отклонений слагаемых объема V_M и их сумм, полученных на основе статистической модели гляциальной области от аналогичных характеристик, определенных путем суммирования результатов расчета для каждого ледника в группе. Сформулируем ряд выводов на основе анализа этих распределений.

1. Распределение повторяемости отклонений относительно модального значения на всех графиках имеет более или менее симметричный характер, что указывает на случайность процесса.

2. Значения моды распределений близки к нулю для относительных отклонений объемов таяния зимнего и летнего снега, равны +7 % и —7 % соответственно для объемов таяния открытого льда и льда под мореной, составляют —10 % для суммы объемов $v_{лм} + v_л + v_ф$ и всего лишь —3 % для суммы всех пяти слагаемых V_M .

3. Вид функций распределения и средние значения относительных отклонений для суммарного объема таяния V_M и его составляющих, полученных с использованием морфометрии сред-

него ледника, подтверждают обоснованность метода статистической модели гляциальной области и вполне удовлетворительное качество расчетов одного из основных элементов режима современного оледенения.

Причины преобладания относительных отклонений с положительными или отрицательными знаками специально не рассматривались. Возможно, наблюдающиеся на рис. 1.1 небольшие систематические завышения или занижения результатов расчета таяния на среднем леднике обусловлены тем, что поглощенная радиация в формуле интенсивности таяния была определена только на одной постоянной высоте, а не для различных значений $\tilde{z}_{hj}$.

Выводы

1. Сформулирована проблема определения основных показателей вещественного баланса оледенения, суммарного таяния ледников (V_M) и ледникового стока ($W_{гл}$) в бассейнах рек Средней Азии. В число этих показателей входят: продолжительность периода таяния льда и формирования ледникового стока; максимальная высота сезонной снеговой границы на ледниках; месячные, годовые и средние многолетние объемы V_M и $W_{гл}$; коэффициенты вариации многолетних рядов V_M , $W_{гл}$ и других характеристик их авто- и кросскорреляционные функции.

2. При современной гляциологической и гидрометеорологической изученности высокогорной территории Средней Азии необходимо упрощение полного выражения суммарного таяния на леднике.

В случаях, когда аккумуляция, абляция и другие показатели гидрологического режима оледенения являются функциями высоты местности, одномерная физико-статистическая региональная модель процесса таяния и ледникового стока предусматривает: обобщение морфометрических характеристик для всего множества ледников в бассейне; определение для этого множества дат начала и конца периода таяния льда и фирна; расчет интенсивности таяния снега, льда и фирна; определение высот сезонной снеговой границы и площадей различных типов тающей поверхности ледника в течение гидрологического года.

Перечисленные показатели имеют также самостоятельное значение для анализа, картирования и прогноза элементов гидрологического режима оледенения.

3. Количественной формой обобщения морфометрических показателей множества ледников, разбитого на однородные группы, является статистическая модель гляциальной области. Модель включает: площадь среднего ледника, функцию распределения площади в зависимости от высоты, средние взвешенные по площади отметки высот начала и конца ледника, фирновой границы, верхней границы морены, средний слой морены на конце ледника, средние значения уклона и ориентации поверхности ледника.

Теоретически доказано, что статистическая модель гляциальной области существенно упрощает расчеты внутригодового и многолетнего гидрологического режима оледенения. Точность расчета при этом сохраняется весьма высокой.

Глава 2

Методы расчета интенсивности таяния снега и льда

2.1. Уравнение теплового баланса поверхности ледника и формулы интенсивности таяния

Одним из основных элементов методики расчета внутригодового гидрографа объемов суммарного таяния ледников в бассейне реки является определение интенсивности таяния снега и льда $M = M(z, t)$.

В настоящее время для этой цели применяются два способа расчета M : а) численное решение полного или упрощенного уравнения теплового баланса таяния [47—49, 55, 146, 147, 181, 183, 232, 239, 240, 243, 250]; б) определение M с помощью эмпирических формул, имеющих локальное или региональное назначение (см., например, [1, 10, 25, 65, 70, 81, 100, 103, 110, 115, 119, 127, 132, 159, 170, 172, 185, 235, 254, 270, 276]).

В качестве исходного выражения для определения расхода энергии на таяние (в кал/см²) за время Δt в деятельном слое толщиной 10—15 см от поверхности ледника примем уравнение теплового баланса в следующей форме:

$$\rho c_* h_{\text{л}} = Q_R + (Q_{\theta} - Q_e) + Q_p - (Q_g + Q_f),$$

$$\rho h_{\text{л}} = M, \quad (2.1)$$

где ρ — плотность снега или льда; c_* — удельная теплота плавления; $h_{\text{л}}$ — изменение высоты поверхности ледника; Q_R — радиационный баланс деятельного слоя; Q_{θ} — поток тепла в приледниковом слое воздуха; Q_e — перенос тепла с водяным паром; Q_p — выделение тепла жидких осадков на поверхность ледника; Q_g — кондуктивный перенос тепла из поверхностного слоя в глубину; Q_f — расход тепла на нагревание деятельного слоя до точки плавления.

В таком составе уравнение теплового баланса используется только при экспериментальных исследованиях процесса таяния на леднике и энерго- и массообмена в снежном покрове на элементарных площадках [146, 147, 216, 232, 255].

Более распространенным в исследовательских работах [48, 147, 237, 266] является сокращенный вариант уравнения (2.1):

$$c_* M = Q_R + (Q_{\theta} - Q_e) + Q_p \quad (2.2)$$

или еще проще [154]

$$c_* M = Q_R + (Q_{\theta} - Q_e). \quad (2.3)$$

Исключение из уравнения (2.1) ряда слагаемых вызвано недостатком исходных данных даже в условиях экспериментальных гляциологических работ и тем, что относительная значимость Q_p , Q_g и Q_f в сравнении с другими членами уравнения (2.1) считается пренебрежимо малой.

В связи с необходимостью выбора оптимального способа определения интенсивности таяния снега и льда на основе ограниченной исходной информации рассмотрим некоторые практические способы расчета составляющих правой части уравнения (2.2).

Радиационный баланс деятельного слоя снега и льда

Включает компоненты коротковолновой и длинноволновой частей спектра излучения за вычетом радиации Q_l , проникающей ниже деятельного слоя:

$$Q_R = B_k + B_d - Q_l, \quad (2.4)$$

где B_k — баланс коротковолновой радиации; B_d — баланс длинноволновой радиации.

Установлено [48, 110, 147, 231, 232, 266 и др.], что вполне приемлемое качество определений радиационного баланса в исследованиях процесса таяния снега и льда обеспечивают следующие выражения:

$$B_k = Q_{\odot} f_1(C) (1 - A_k), \quad (2.5)$$

$$Q_{\odot} = J + D, \quad (2.6)$$

$$J = \frac{J_0 \sin^2 h_{\odot}}{\sin^2 h_{\odot} + \lambda}, \quad (2.7)$$

$$D = b_r (J_0 - J) \sin h_{\odot}, \quad (2.8)$$

$$f_1(C) = 1 - k_1 C_0 - k_2 C_0^2 \quad (2.9)$$

или

$$f_1(C) = 1 - k_3 (C_0 - C_n) - k_4 C_n, \quad (2.10)$$

$$B_d = E_a - E_s, \quad (2.11)$$

$$E_s = \kappa \sigma_1 T_n^4, \quad (2.12)$$

$$E_a = \kappa A \sigma_1 T_{200}^4 f_2(C), \quad (2.13)$$

$$A = a_1 + b_1 \sqrt{e}, \quad (2.14)$$

$$f_2(C) = 1 + k_5 C_n + k_6 (C_0 - C_n), \quad (2.15)$$

$$Q_l = B_k e^{-\alpha_r l}. \quad (2.16)$$

Условные обозначения в формулах (2.5)—(2.16) следующие: $Q_{\odot}$ — суммарная радиация при отсутствии облачности; J — прямая

радиация; D — рассеянная радиация; $f_1(C)$ — функция ослабления $Q_{\odot}$ в зависимости от баллов облачности; A_k — альbedo; J_0 — солнечная постоянная; $h_{\odot}$ — высота солнца; λ — интегральная характеристика прозрачности атмосферы; C_0 — общая облачность; C_n — нижняя облачность; E_s — длинноволновое излучение поверхности ледника; κ — излучательная способность ($\kappa \approx 1$); σ_1 — постоянная Стефана—Больцмана; E_A — длинноволновое излучение атмосферы; T_n — абсолютная температура поверхности; T_{200} — абсолютная температура воздуха на высоте 200 см; $f_2(C)$ — функция прироста E_A в зависимости от баллов облачности; A — функция Брента; e — упругость водяного пара, 10^2 Па; α_r — коэффициент поглощения; l — толщина деятельного слоя; $b_r, k_1 \div k_6, a_1, b_1$ — эмпирические параметры.

Для определения альbedo в гляциологических расчетах применяются способы: а) характерных средних значений A_k с учетом их пространственно-временной изменчивости [48, 105, 109, 110]; б) математическое моделирование временного хода $A_k(t)$ в зависимости от суточной интенсивности таяния [170, 202, 217]; в) локальных эмпирических зависимостей альbedo от плотности снежного покрова и времени [70, 72, 98, 110, 119, 221, 232, 268].

При использовании этих способов и формул (2.5) — (2.16) для региональных расчетов радиационного баланса на ледниках необходимо описание или в крайнем случае оценка пространственно-временной изменчивости соответствующих эмпирических параметров. В первую очередь это относится к интегральному показателю прозрачности атмосферы λ , коэффициентам $k_1 \div k_6$ в функциях влияния облачности на B_k и B_d , параметрам в формулах для расчета альbedo.

Турбулентные потоки тепла над ледником

Как известно, исходными для расчета потоков Q_{θ} и D_e («активное» и «скрытое» тепло по зарубежным [232, 237, 241, 250, 255] и другим гляциометеорологическим работам) в приледниковом слое воздуха являются следующие выражения:

$$Q_{\theta} = -\rho c_p K_{\theta} \frac{\partial T}{\partial z} \quad (2.17)$$

и

$$Q_e = -\rho L K_e \frac{\partial q^*}{\partial z}, \quad (2.18)$$

где ρ — плотность воздуха; c_p — удельная теплоемкость воздуха; L — удельная теплота фазового перехода; K_{θ} и K_e — коэффициенты турбулентного переноса; $\frac{\partial T}{\partial z}$ и $\frac{\partial q^*}{\partial z}$ — градиенты абсолютной температуры воздуха и его удельной влажности. В многочисленных работах по расчетам турбулентного переноса в приледниковом слое воздуха аналитические выражения для коэффи-

циентов K_{θ} и K_e выводятся на основе понятий скорости трения (u_*), шероховатости поверхности (z_s), условия логарифмичности вертикального профиля ветра над поверхностью ледника, функции устойчивости (Φ_k) логарифмического профиля ветра, температуры воздуха и влажности.

Применительно к задаче определения $M(z, t)$ из всех способов расчета Q_{θ} и Q_e на основе (2.17) и (2.18) имеет смысл рассматривать только такие, в которых: а) используется массовая исходная информация, б) параметры формул либо достаточно устойчивы, либо могут быть представлены в виде функций координат z, t .

Согласно [48], соответствующие рабочие формулы получаем после замены в (2.17) — (2.18) частных производных конечными разностями. Например,

$$Q_{\theta} = \rho c_p \frac{K_{\theta}}{\Delta z} (T - T_0) \quad (2.19)$$

или

$$Q_{\theta} = \rho c_p f(u) (T - T_0), \quad (2.20)$$

а

$$Q_e = \frac{0,622 L \rho}{P} f(u) (e_0 - e), \quad (2.21)$$

полагая, что $K_{\theta} = K_e$, $K_{\theta}/\Delta z = f(u)$ является линейной функцией скорости ветра

$$f(u) = a + bu, \quad (2.22)$$

где a и b — эмпирические параметры; в (2.21) P — атмосферное давление. Если определять эти параметры [77, 147, 151, 232] путем одновременных измерений испарения, скорости ветра и упругости водяного пара e на высотах z_2 и z_s (для тающей поверхности ледника $e(z_s) = 6,1 \cdot 10^2$ Па, а $u(z_s) = 0$, то a и b оказываются зависимыми [232] от функции устойчивости Φ_e и разности высот $\Delta z = z_2 - z_s$.

Аналогичные (2.20) — (2.21) выражения для расчета Q_{θ} и Q_e получены [147, 232, 250, 255, 256, 266] путем интегрирования (2.17), (2.18) от z_s до z_2 и при условиях, что

$$K_{\theta}(z) = \frac{u_* k_0 (z + z_s)}{\Phi_{\theta}(z)}, \quad (2.23)$$

$$u_* = u(z) k_0 / \ln(z/z_s), \quad (2.24)$$

$z \gg z_s$; $K_{\theta}(z) = K_e(z) = \text{const}$, $\Phi_{\theta}(z) = \Phi_e(z) = \text{const}$. Тогда

$$Q_{\theta} = \alpha_{\theta} (T - T_0), \quad (2.26)$$

где

$$\alpha_{\theta} = \frac{\rho c_p u_* k_0}{\Phi_{\theta} \ln(z/z_s)}. \quad (2.27)$$

Подставив (2.24) в (2.27), учитывая (2.25) и принимая $\bar{\Phi}_e = \bar{\Phi}_e = 1$, получим

$$Q_\Theta = \frac{\rho c_p k_0^2 u(z)}{[\ln(z/z_s)]^2} (T - T_0), \quad (2.28)$$

Считая, что в этом выражении член

$$\frac{k_0^2 u(z)}{[\ln(z/z_s)]^2} = f_1(u)$$

также является линейной функцией скорости ветра [232], получаем для расчета Q_Θ и Q_e

$$Q_\Theta = \rho c_p f_1(u) (T - T_0), \quad (2.29)$$

$$Q_e = \frac{0,622 L \rho}{P} f_1(u) (e - e_s), \quad (2.30)$$

т. е. такие же выражения, как (2.20) и (2.21). В формулах (2.23) — (2.28) k_0 — константа Кармана.

Практически важным для расчетов Q_Θ и Q_e является их отношение [235]

$$\frac{Q_\Theta}{Q_e} = \frac{c_p P}{0,622 L} \frac{(T - T_0)}{(e - e_s)}, \quad (2.31)$$

которое позволяет определить один из этих потоков тепла, если независимо задан другой [147], или получить [232, 266] простую формулу для расчета Q_Θ :

$$Q_\Theta = L \beta_0 f_1(u) (T - T_0), \quad (2.32)$$

$$\beta_0 = \frac{c_p P}{0,622 L} \quad (2.33)$$

— параметр, имеющий локальное значение.

Все рассмотренные здесь упрощенные способы расчета потоков Q_Θ и Q_e получены в предположении нейтральной стратификации температуры воздуха в приземном слое. В течение периода таяния над поверхностью ледника в подавляющем большинстве случаев наблюдается инверсия. Для учета влияния инверсии на коэффициенты K_Θ и K_e применяются [86, 232, 237, 255 и др.] поправочные формулы, полученные на основе теории подобия Момина—Обухова [174]. Так, при $\Phi_\Theta = \Phi_e$ в работе [232] рекомендованы:

$$f(u) = f_1(u) (1,0 + a Ri_B)^2, \quad (2.34)$$

где

$$Ri_B = \frac{2gz(T - T_0)}{(T + T_0)u^2} \quad (2.35)$$

— основное число Ричардсона; g — ускорение свободного падения; α — эмпирический коэффициент, равный 5. В той же работе [232] показано, что вычисление поправочного члена в (2.34) существенно усложняется при $\Phi_\Theta \neq \Phi_e$.

Относительно значимости в энергетическом балансе таяния тепловыделения жидких осадков на поверхности ледника существует вывод [146, 147], что вклад Q_p пренебрежимо мал. Этот вывод использован в настоящей работе при моделировании суммарного таяния ледников Средней Азии. При необходимости расчет Q_p может быть выполнен по приближенной формуле Е. Андерсона [232]

$$Q_p = c_w l_p (T_w - 273,16), \quad (2.36)$$

где c_w — теплоемкость воды; l_p — слой жидких осадков; T_w — температура смоченного термометра (К) в метеорологической будке.

Как видно, использование для расчета интенсивности таяния, согласно уравнениям (2.1) — (2.3), возможно более простых и не слишком грубых способов связано с определением значительного числа эмпирических коэффициентов. Соответствующие локальные численные характеристики приведены во многих работах [16, 20, 48, 119, 147, 158, 170, 235, 239, 242, 256, 278]. Например, для ледника Хинтерайсфернер по градиентно-балансовым измерениям определен [255] коэффициент α_Θ в формуле (2.26), который на одной и той же высоте оказался довольно устойчивым для различных интервалов времени в течение сезона абляции. При анализе высотной вариации α_Θ установлено, что реальная ошибка на 10 % в экстраполяции градиента альбедо вызывает 20 %-ную ошибку коэффициента α_Θ .

По поводу изменчивости эмпирических параметров ветровой функции нет единого мнения. Ряд авторов [48, 147, 151, 165] считают их малоизменчивыми, а из сводки измерений в работе [232] следует существенная пространственная вариация этих параметров.

Таким образом, возможность региональных определений Q_Θ и Q_e в гляциальных областях на основе самых простых выражений является сомнительной, по крайней мере из-за отсутствия методов экстраполяции скорости ветра в горах, и поэтому вынужденного принятия грубых допущений $\Phi_\Theta = \Phi_e = 1$ и $f(u) = \text{const}$.

Рассмотрим далее ряд формул и методов расчета интенсивности таяния снега и льда, где для определения составляющих правой части уравнения (2.3) использованы различные приемы.

Уравнения вида:

$$M = B_k f(C) + f(\Theta_{200}^4, e_{200}, C) + f(\Delta\Theta, \Delta e, u).$$

Формула П. П. Кузьмина

Для расчета суточной интенсивности таяния изотермического снега при отсутствии жидких осадков в работе [147] рекомендуется выражение

$$M = 0,125 [(Q + i)_0 (1 - A_k) (1 - 0,20C_o - 0,47C_n) - 1440 \kappa \sigma T_n^4 + 1440 (0,62 + 0,05 \sqrt{e_{200}} (1 + 0,12C_o + 0,12C_n) \kappa \sigma T_a^4] + a_c \gamma_a u_{1000}, \quad (2.37)$$

где $\kappa = 0,99$; $\sigma = 8,26 \cdot 10^{-11}$ кал/см²·мин·град⁴; $T_n = 273 \text{ K} + \Theta_n$; $T_a = 273 \text{ K} + \Theta_{200}$; $Q + l$ — суммарная и рассеянная радиация при безоблачном небе; A_k — альбеда; C_o — балл общей облачности; C_n — балл нижней облачности; Θ_{200} и e_{200} — температура воздуха и упругость водяного пара на высоте 200 см; u_{1000} — скорость ветра на уровне 1000 см; Θ_n — температура тающей поверхности,

$$a_c = 0,878 \frac{1 + 0,547 u_{1000}}{u_{1000}} \text{ мм/сут}^{-1} \cdot \text{град}^{-1} \cdot \text{м}^{-1} \cdot \text{с}, \quad (2.38)$$

$$\gamma_a = (\Theta_{200} - \Theta_n) + 1,75 (e_{200} - e_n) \text{ град}. \quad (2.39)$$

Эмпирические коэффициенты в формулах (2.37) — (2.39) определены П. П. Кузьминым по данным соответствующих локальных измерений на равнине. Помимо основного выражения (2.37), П. П. Кузьмин [147] предложил также ряд приближенных способов определения интенсивности снеготаяния, в том числе с использованием ветровой функции $f(u)$.

Формулы Ю. М. Денисова

Формула Ю. М. Денисова [48] для расчета интенсивности таяния изотермического снега (мм/сут) при $\Theta_n = 0^\circ$ и $e_n = 6,1 \cdot 10^2$ Па имеет вид

$$M = \mu_1 \Theta + \mu_2 Q + \mu_3, \quad (2.40)$$

где

$$\mu_1 = 1,17 A_f(C) + 2,21 e^{-0,125z}, \quad (2.41)$$

$$\mu_2 = 0,125 (1 - A_k), \quad (2.42)$$

$$\mu_3 = 3,81 \left(1 - 0,118 \frac{\varepsilon}{\varepsilon_n}\right) e_{200} - 23,2 \left(1 - 0,118 \frac{\varepsilon}{\varepsilon_n}\right) - 80,2 [1 - A_f(C)], \quad (2.43)$$

причем $\Theta_{200} = \Theta(z, t)$; $e_{200} = e(z, t)$; $Q = Q(C, z, t)$; $A_k = \bar{A}_k(z, t)$; ε — доля жидкой фазы, содержащаяся в снеге, от общего запаса воды; ε_n — наибольшая водоудерживающая способность снега. В формулах (2.41) — (2.43) μ_1 в мм/(град·сут), μ_2 в мм·см²/кал; μ_3 в мм/сут.

Полученные Ю. М. Денисовым [48] рабочие выражения для определения турбулентного теплопотока [кал/(см²·сут)]

$$P_1 = \left[0,0133 P (\Theta_{200} - \Theta_n) + 23,3 \left(1 - 0,118 \frac{\varepsilon}{\varepsilon_n}\right) (e_{200} - e_n) \right] f(u) \quad (2.44)$$

и испарения (мм/сут)

$$E = 0,343 (e_{200} - e_n) f(u) \quad (2.45)$$

с учетом изменчивости аргументов (P , Θ , e) на высоте z и во времени t по своей структуре и природе эмпирических параметров в принципе аналогичны формулам (2.38), (2.39). Отличие со-

стоит только в том, что в уравнении (2.44) скрытая теплота фазового перехода введена отдельно для возгонки и испарения. Значение ветровой функции $f(u)$ в формулах (2.44), (2.45) задано постоянным и равным 1,31 м/с, расчет поступления суммарной радиации Q выполняется с учетом крутизны и ориентации склона. При определении эффективного излучения и в функциях облачности Ю. М. Денисов использовал эмпирические параметры, полученные П. П. Кузьминым [147].

Кроме того, для различных вариантов внутрисуточного хода таяния в работе [48] получены формулы интенсивности таяния, приближенно учитывающие суточный ход температуры воздуха и суммарной радиации. Для применения этих формул необходимы максимальная и минимальная температура воздуха за сутки и сведения о фактической продолжительности таяния в течение суток.

Впоследствии в формулу (2.40) Ю. М. Денисовым с соавторами [55] были внесены некоторые усовершенствования: уточнены выражения, аппроксимирующие внутрисуточный ход температуры воздуха и суммарной радиации, получены эмпирические зависимости для суточной амплитуды температуры воздуха от высоты местности и баллов облачности, снято условие $f(u) = \text{const}$. Однако, как показали совместные расчеты интенсивности таяния по усовершенствованной формуле Денисова, ее первоначальному варианту (2.40) и формулам автора (см. раздел 2.3 монографии и работы [55, 254]), усложнение методики и увеличение объема расчетов не привело к заметному улучшению точности определения M .

Формула Э. Андерсона

При выводе рабочего выражения интенсивности таяния снега Э. Андерсон [232] практически без изменений заимствовал методику П. П. Кузьмина [147]. Поэтому формула M для изотермического тающего снега в отсутствие жидких осадков

$$M = 0,125 Q_{ir} - 3,37 \Delta t_h - 8,5 f(u) [(e_{200} - 6,11) + \frac{c_p P}{0,622 L} (T_{200} - 273,16)] \text{ мм/}\Delta t_h, \quad (2.46)$$

$$Q_{ir} = Q (1 - A_k) - E_{эф} \quad (2.47)$$

вполне аналогична выражению (2.37) при $C_n = C_o = 0$.

После сравнения результатов применения в модели формирования снежного покрова уравнения интенсивности таяния (2.46) и простейшего выражения, представляющего собой температурный индекс таяния типа $M = k\bar{\Theta}$, Э. Андерсон [232] пришел к выводу об отсутствии заметного и систематического улучшения качества моделирования за счет усложнения методики расчета M . Важно

отметить, что это заключение получено в условиях исследовательской станции, где проводилась обширная программа наблюдений за составляющими баланса массы и энергии снежного покрова.

К группе выражений вида

$$M = B_k f(C) + f(\Theta_{200}^4, e_{200}, C) + f(u, \Delta\Theta, \Delta e), \quad (2.48)$$

которое в общем виде характеризует рассмотренную выше методику и численную схему решения уравнения (2.3), относятся также локальные формулы интенсивности таяния снега и льда, приведенные в работах Л. Дерикса [239], Л. Готлиба [241], Р. Хедрика, Б. Филгейта и В. Адамса [243], Ч. Килера [250]. Формулы этих авторов практически отличаются только численными коэффициентами и эмпирическими параметрами в функции облачности или ее аналогах, ветровой функции, других дополнительных характеристиках.

В обзорной работе Г. Крауса [255], посвященной энергообмену на поверхности раздела воздух—лед, обобщены известные методы оценки составляющих уравнения теплового баланса (2.1). По мнению Г. Крауса, метод определения турбулентных потоков тепла Q_Θ и Q_e должен быть основан на теории подобия Мони́на—Обухова.

При определении составляющих Q_Θ и Q_e уравнения (2.1) на леднике Свердруп (Арктика, о. Девон) Ч. Килер [250] использовал метод турбулентной диффузии, учитывая стратификацию приземного слоя воздуха и применяя гипотезу о равенстве коэффициентов K_Θ и K_e . Как оказалось, вычисленные за сутки величины таяния отличаются от данных аблиотометра на 30—43%. При этом наибольшие положительные отклонения имели место при малых значениях радиационного баланса. С увеличением вклада радиации в тепловой баланс отклонения уменьшались и становились отрицательными. Аналогичная зависимость между вкладом радиации в тепловой баланс таяния и ошибками расчета M была обнаружена в период детальных балансовых работ на леднике Ловенглетчер, Шпицберген [270].

Формула Е. Г. Попова

Для расчета интенсивности снеготаяния за 12 ч светлого времени суток (мм/12 ч) получено [183] следующее выражение:

$$M = 7,1 [(1 - A_k)(\Theta_{\max} - \bar{\Theta} - 0,2) - 0,2(\bar{\Theta} - \Theta_{\min}) + 0,1u_{1000}(\bar{\Theta}_d - 0,5)], \quad (2.49)$$

где $\Theta_{\max}$ — максимальная температура воздуха за дневные часы; $\bar{\Theta}$ — средняя температура воздуха; $\Theta_{\min}$ — минимальная температура воздуха за сутки; $\bar{\Theta}_d$ — средняя температура воздуха за дневные часы; u_{1000} — средняя скорость ветра за дневные часы на высоте флюгера в м/с.

Методической основой для этой формулы явились установленные Е. Г. Поповым [183] локальные эмпирические связи $Q =$

$= f(\Theta_{\max}, \bar{\Theta}), E_{\text{эф}} = f(\bar{\Theta}, \Theta_{\min})$, а член $0,1u_{1000}(\bar{\Theta}_d - 0,5)$ представляет собой дальнейшее упрощение выражения (2.39), где вместо абсолютной влажности e использована эмпирическая зависимость e от температуры воздуха.

Параметры перечисленных связей определяются по соответствующим наблюдениям в конкретном географическом районе и подлежат уточнению в иных природных условиях. Кроме того, необходимость данных о скорости ветра затрудняет массовое использование формулы (2.49) для расчета таяния на ледниках.

Обобщая результаты разработки различными авторами формул интенсивности таяния снега и льда, представляющих собой упрощенные варианты уравнения теплового баланса, отметим следующее.

1. Все рассмотренные формулы вида (2.48) содержат немало эмпирических параметров, которые за пределами пункта, где они были определены, вынужденно приходится считать неизменными. Принятие такого грубого условия несомненно ухудшает качество расчетов таяния, поскольку существование в горах пространственно-временной вариации многих параметров вполне очевидно.

К их числу относятся: интегральная характеристика прозрачности атмосферы в формуле (2.7), коэффициент b_r в формуле (2.8), коэффициенты в функциях облачности $f_1(C)$ и $f_2(C)$, эмпирические параметры в формуле Брента (2.14), параметры ветровой функции $f(u)$, коэффициенты α_Θ и β_0 в формулах (2.26) и (2.32), ряд произвольно заданных коэффициентов в формулах Л. Дерикса [239], Л. Готлиба [240] и др.

2. Необходимые условия широкого применения упрощенных вариантов уравнения теплового баланса по существу весьма противоречивы. С одной стороны это принятие заведомо приближенного допущения о постоянстве эмпирических коэффициентов в широком диапазоне природных условий, с другой — наличие в составе формул таких характеристик как скорость ветра, продолжительность солнечного сияния, внутрисуточный ход температуры поверхности снега и льда и др., которые могут быть получены только непосредственными измерениями.

Из этого следует, что требования в исходной информации и эмпирическим параметрам в упрощенных вариантах уравнения (2.1) несбалансированы в отношении точности. А это приводит к ухудшению качества расчетов суточной интенсивности таяния и возможностей широкого применения рассмотренных выше формул в условиях ограниченности исходных данных и отсутствия метода пространственной экстраполяции в горах такого важного компонента всех формул типа (2.48), как скорость ветра.

Наряду с формулами интенсивности таяния типа (2.48), гляциологи и гидрологи различных стран (например, [1—3, 10, 25, 48, 89, 100, 110, 119, 235, 239] и многие другие) уже давно для расчетов интенсивности таяния с успехом применяют линейные одно- и двухфакторные эмпирические уравнения регрессии. Наиболее распространенными и вполне надежно определяемыми аргумен-

тами этих формул являются поглощенная радиация B_k и температура воздуха Θ .

Несмотря на стохастический характер эмпирических уравнений $M=f(B_k, \Theta)$, включение этих переменных в состав формул интенсивности таяния имеет ясный физический смысл. Очевидно, что в этом случае B_k и Θ следует рассматривать как индексы соответственно радиационного баланса (см. табл. 8 в работе автора [110]) и турбулентного потока тепла из воздуха.

Для характеристики вклада Q_R , Q_Θ и Q_e в тепловой баланс абляции на ледниках Средней Азии рассмотрим сводные данные автора и других исследователей [9, 37, 38, 60, 63, 84—86, 110, 144, 150, 165, 176], представленные в табл. 2.1. Необходимо отметить, что относительные характеристики роли Q_Θ и Q_e в тепловом балансе абляции получены неодинаковыми расчетными методами. Однако сведения о Q_R , Q_Θ , Q_e и c_*M на разных ледниках Средней Азии считаем возможным рассматривать как сравнительно однородную выборку, учитывая, что почти во всех случаях авторы отмечают удовлетворительную сходимость измеренной и вычисленной величин абляции.

Еще одна оговорка необходима в связи с тем, что большинство примеров теплового баланса в табл. 2.1 относится к суточному интервалу времени. Это приводит к преуменьшению вклада поглощенной радиации в тепловой баланс таяния, поскольку ночью таяния нет, радиационный баланс отрицателен, а поток тепла Q_Θ направлен к поверхности ледника круглосуточно.

Учитывая сделанные замечания, можно с большой вероятностью считать, что на поверхности языков ледников Средней Азии приходную часть дневного теплового баланса в период абляции, как правило, не менее чем на 85 % составляет радиационная энергия. Дневной вклад другого источника внешней энергии — турбулентного потока тепла из воздуха — колеблется в пределах 10—15 %. А в начале и конце абляционного сезона доля Q_Θ становится еще меньше. Что касается тепла, выделяющегося при конденсации водяного пара на поверхности области абляции, то, судя по табл. 2.1, в большинстве случаев эта статья приходной части либо вообще отсутствует (точнее преобладает испарение), либо крайне незначительна.

Расходная часть дневного баланса тепла на языках ледников на 85—95 % состоит из затрат внешней энергии на таяние, на испарение с поверхности здесь уходит несравненно меньше.

Сходные данные о соотношениях в дневное время между Q_R и Q_Θ и c_*M и Q_e приводит А. П. Волошина [26] для ледников района Эльбруса, где Q_R и c_*M равны 93 %, а Q_Θ и Q_e — 7 %. Показательно, что в целом за сутки радиационное тепло в общем поступлении энергии на ледниках Эльбруса составляет 65 %, а турбулентный поток тепла — 35 %. Причина здесь, как уже было отмечено выше, заключается в том, что радиационный баланс после захода солнца уменьшается до нуля и становится отрицательным, а турбулентный поток тепла в течение суток по-

стоянно направлен к поверхности ледника. Учитывая это обстоятельство, А. П. Волошина [26] считает необходимым рассматривать структуру теплового баланса за определенные периоды суток с тем, чтобы получить реальное представление о роли в абляции радиационной энергии и притока тепла из воздуха.

Хотя изученность структуры теплового баланса абляции в областях питания ледников Средней Азии значительно уступает аналогичным сведениям для языков глетчеров, все же можно отметить тенденцию к сокращению затрат энергии на таяние и увеличению доли испарения в общей величине теплового эквивалента абляции. Как уже упоминалось, возрастание Q_e в сумме $c_*M + Q_e$ способствует сохранению вещества ледника. Что касается приходной части теплового баланса абляции, то ведущую роль там по-прежнему играет поглощенная солнечная радиация.

2.2. Линейная регрессионная модель для расчета интенсивности таяния

Для любого момента и интервала времени соотношение между источниками прихода и расхода тепла на поверхности ледника может быть выражено следующим образом:

$$c_*M = B_k + B_d + Q_\Theta + LE + \Delta, \quad (2.50)$$

где c_* — удельная теплота плавления льда; M — слой таяния; B_k — поглощенная коротковолновая солнечная радиация; B_d — баланс длинноволнового излучения; Q_Θ — турбулентный поток тепла в приледниковом воздухе; L — удельная теплота фазового перехода, расходуемая на испарение воды с тающей поверхности или выделяемая при конденсации водяного пара; E — турбулентный поток влаги в приледниковом слое воздуха; Δ — невязка теплового баланса, обусловленная как погрешностями измерений или расчетов, так и неучитываемыми вследствие малости членами уравнения (2.50).

Основываясь на обобщении непосредственных полевых определений составляющих приходной и расходной частей уравнения теплового баланса в течение периода абляции, выполненном в работе [110], можно утверждать, что в большинстве случаев на ледниках Средней Азии в широком диапазоне абсолютных высот на долю баланса солнечной радиации приходится от 80 до 95 % внешней энергии, поступающей на поверхность ледника. Положительный вклад турбулентного потока тепла из воздуха (Q_Θ) колеблется в пределах 5—20 %, причем, в начале и в конце абляционного сезона для Q_Θ становится еще меньше. Что касается тепла, выделяющегося при конденсации водяного пара на поверхности ледника, то рассмотренные в [110] оценки направления и интенсивности турбулентных потоков влаги позволяют, во-первых, считать случаи $+LE$ редкими и крайне незначительными (3—5 %) по величине, а во-вторых, сделать вывод о преобладании расхода тепла на испарение. Из этого следует, что наличие в уравнении

Процентное соотношение между составляющими теплового баланса на ледниках Средней Азии в период абляции

Ледник и место его расположения; высота пункта наблюдений, м	Период измерений	Соотношение между составляющими уравнения теплового баланса абляции, %						Методы расчета Q_{θ} и Q_e	Интер- вал време- ни
		Приходная часть			Расходная часть				
		Q_R	Q_{θ}	$+Q_e$	$c_{\text{л}}M$	$-Q_e$	Q_g+Q_f		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Область абляции									
Имат; 3300 Гиссарский хр.	25.VII—8.IX 1934 г.	62	38	—	86	14	—	Б	с
		86	14	—	99,5	0,5	—		
Шокальского; 3410 Заилийский Алатау	26.VII—10.IX 1962 г.	90	10	—	98	2	—	ТБ КМ	д д
		86	14	—	99,5	0,5	—		
Центральный Туюксу; 3470 Заилийский Алатау	16.VI—28.VIII 1957 г.	80	20	—	73	10	—17	КМ	с
	29.VII—11.IX 1958 г.	80	20	—	66	20	—14		
	2.VII—5.IX 1959 г.	85	15	—	77	19	—4		
	19.VII—17.VIII 1965 г.	95 88	5 12	— —	80 91	7 9	—13 —		
Баркрак Средний; 3540 Пскемский хребет	Август 1963 г.	67	33	—	93	7	—	КМ	с
Зеравшанский; 3600 Туркестанский хребет	Август 1961 г.	75	25	—	91	9	—		
								ТБ	с

Парах; 3600 Туркестанский хребет	Август, 1961 Август, 1962	72 66	28 34	— —	91 81	9 19	— —	ТБ ТБ	с с
Ортотер; 3680 Терской Алатау	3—25.VIII 1963 г.	85 72	12 23	3 5				КМ КМ	д с
	10.VII—31.VIII	65	26	9				КМ	с
Федченко; 3880 хр. Академии Наук То же; 4000	Август, 1958 Август, 1959	72 71	22 25	— —	85 90	15 10	+6 +4	ТБ ТБ	с с
Бакалак; 4000 хр. Кичик-Алай	VII—VIII 1964 г.	56	44	—	95	5	—	КМ	с
Дугава, 4200 Алайский хребет	20.VII—20.VIII 1962 г.	87	13	—	94	3	—3	КМ	с
Ленина; 4200 Заалайский хребет	26.VII—20.VIII 1964 г.	82	18	—	85	15	—	КМ	с

Область аккумуляции

Баркрак Средний; 3560	Август, 1963	62	38	—	57	43	—	КМ	с
Центральный Туюксу; 3750	1—31.VIII 1963 г.	66	34	—	93	7	—	КМ	с
Парах; 3850	Август, 1962	64	35	—	91	9	+1	ТБ	с
То же; 4000	Август, 1962	66	32	—	98	2	+2	ТБ	с
Бакалак; 4100	VII—VIII—1964	67	33	—	86	14	—	КМ	с
Федченко; 4880	VIII—IX, 1957	—17	99	—		83	+1	ТБ	с
То же; 4900	1.VII—20.VII, 1958	53	47	—	40	60	—	КМ	с

Примечания: 1) ДТ — метод турбулентной диффузии; ТБ — уравнение теплового баланса; Б — отношение Боуэна; КМ — формулы Казанского—Монина, с (сутки) и д (день) — исходные периоды, за которые производились расчет и измерение составляющих теплового баланса абляции. 2) $Q_R = -17\%$ — расход тепла на длинноволновое излучение при отсутствии таяния. 3) Данные о теплообмене в деятельном слое на ледниках Центральном Туюксу и Корженевского относятся к десятиметровой толще льда.

(2.50) членов, близких по модулю (Q_Θ и LE) и противоположных по знаку, дополнительно акцентирует роль радиационной составляющей в приходной части теплового баланса.

Пока что в производственном масштабе строгая оценка всех потоков тепла в правой части уравнения (2.50) не может быть выполнена ввиду несовершенства расчетных методов и недостатка исходных данных (главным образом это относится к членам Q_Θ , B_d , LE). В связи с этим массовые расчеты таяния снега и льда приходится выполнять по эмпирическим формулам, аргументами которых служат метеорологические элементы либо адекватные одному из компонентов теплового баланса (поглощенная солнечная радиация), либо используемые при определении того или иного потока тепла (например, температура воздуха). Назовем указанные варианты расчета n -факторными корреляционными зависимостями первого и второго типов. Возможен также смешанный тип, когда в эмпирическое уравнение множественной регрессии входят потоки тепла и метеорологические элементы.

В принципе на основе любого из этих типов зависимостей могут быть получены аналитические выражения для расчета таяния снега и льда при условии достаточности и репрезентативности выборок исходных данных и корректности генетической и статистической интерпретации результатов численного анализа.

Перечень метеорологических элементов, потенциально пригодных для получения эмпирических формул интенсивности таяния первого, второго и смешанного типов, представляется следующим: $R = B_k + B_d$ — дневная сумма баланса коротковолнового и длинноволнового потоков излучения; Θ — средняя суточная температура воздуха; C — средний балл общей облачности за сутки; h — средняя суточная относительная влажность воздуха; e — средняя за сутки упругость водяного пара (10^2 Па).

Очевидно, что при любом составе регрессионной модели для расчета таяния, принятой в качестве замены уравнения теплового баланса (2.1), соотношение между функцией и независимыми переменными (одной или несколькими) устанавливается уже на стохастической основе. При этом роль каждого аргумента в описании дисперсии зависимой переменной безусловно является отражением его относительного вклада в уравнении (2.50). Учитывая важность соответствующих численных оценок для объективного выбора оптимального варианта расчетной формулы, рассмотрим корреляционные связи между таянием и основными метеорологическими элементами.

На первом этапе этого исследования по данным ежедневных измерений M , R , B_k , Θ , C , h , e на 26 ледниках Средней Азии за периоды 10, 20, 30, 40 дней были вычислены коэффициенты парной корреляции для всех возможных сочетаний из указанного набора. Результаты этой обработки приведены в работе [119] в виде гистограмм распределения коэффициентов парной корреляции. Общую характеристику взаимосвязи для всех семи переменных на уровне моды распределений корреляции ежедневных

измерений за 10 и 30 дней дают соответствующие корреляционные матрицы (табл. 2.2). Довольно широкий диапазон изменения корреляции в каждом из рассматриваемых распределений объясняет причины порой противоречивых оценок роли одной и той же переменной для расчета таяния, полученных на ограниченном эмпирическом материале.

Таблица 2.2

Матрицы модальных значений взаимной корреляции по ежедневным измерениям переменных за 10 (верхняя половина таблицы) и 30 дней (нижняя половина таблицы)

	Индексы переменных						
	M	R	B_k	Θ	C	h	e
R	1	0,95	0,85	0,60	—0,50	—0,45	—0,45
B_k	0,95	1	0,95	0,45	—0,55	—0,75	—0,62
Θ	0,85	0,95	1	0,50	—0,80	—0,75	—0,70
C	0,50	0,45	0,45	1	—0,37	—0,62	—0,62
h	—0,50	—0,55	—0,75	—0,30	1	0,54	0,70
e	—0,45	—0,45	—0,65	—0,62	0,62	1	0,95
	—0,45	—0,39	—0,70	—0,55	0,62	0,95	1

Примечание. M — таяние, R — радиационный баланс, B_k — поглощенная солнечная радиация, Θ — температура воздуха, C — общая облачность, h — относительная влажность воздуха, e — упругость водяного пара.

В целом, можно полагать, что модальные значения распределений коэффициентов корреляции ежедневных измерений M , R , B_k , Θ , C , h , e вполне правильно и объективно отражают картину причинно-следственных связей между этими переменными, другими словами являются физически обусловленными.

Анализ использования средних значений метеорологических элементов в эмпирических формулах для расчета таяния снега и льда представляет собой следующий этап после изучения взаимной корреляции рассматриваемых переменных по ежедневным данным.

Корреляция с таянием средних значений метеорологических элементов, которая детально рассмотрена в работе [119], в некоторых случаях существенным образом отличается от оценок, полученных ранее по гистограммам корреляции ежедневных измерений. Речь здесь идет о резком возрастании тесноты связей таяния с такими переменными, как температура воздуха, относительная влажность воздуха, продолжительность солнечного сияния.

Следовательно, каждый из названных метеорологических элементов наравне с другими может претендовать на роль индекса правой части уравнения (2.50). Однако пригодность их в качестве аргументов эмпирических формул для расчета M выявляется только по мере возрастания периода осреднения. Важно подчеркнуть здесь, что трансформация перечисленных корреляционных зависимостей не является следствием объединения данных по

различным ледникам. Аналогичное изменение тесноты связей с ростом периодов осреднения установлено также [119] по измерениям таяния и температуры воздуха на леднике Голубина (бассейн р. Алаарча). Там же в общем виде показано, что причиной возрастания коэффициентов парной корреляции таяния с температурой и относительной влажностью воздуха, общей облачностью и продолжительностью солнечного сияния при условии осреднения функции и аргумента является трансформация переменных к виду:

$$x_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_{ij}, \quad (2.51)$$

$$y_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n y_{ij}, \quad (2.52)$$

где n — длина подвыборки, по которой выполняется осреднение каждого i -го значения x и y .

Анализ и объяснение полученных для условий Средней Азии значений коэффициентов корреляции между таянием, потоками тепла и метеорологическими элементами является необходимым этапом разработки и обоснования формул для расчета интенсивности таяния. Дальнейшими действиями должны быть определения оптимальных вариантов состава расчетных формул и численная оценка их параметров, а в заключение — проверка полученных уравнений на независимом фактическом материале.

При определении состава формул интенсивности таяния следует руководствоваться не только статистической значимостью аргументов для описания дисперсии функции, но и учитывать возможности их пространственной интерполяции — экстраполяции в условиях сложной ороеграфии.

В условиях ограниченности исходных данных целесообразно также использование упрощенных методов расчета таяния по однофакторным формулам, аргументами которых могут служить, как показал предыдущий анализ, средние значения различных метеорологических элементов.

Физический смысл замены уравнения множественной регрессии типа

$$M = a_1 R + a_2 \Theta + a_3 C + a_4 e + a_5 h \quad (2.53)$$

однофакторной формулой рассмотрим на примере зависимости $\bar{M} = f(\bar{\Theta})$.

Для того чтобы перейти от (2.53) к однофакторному уравнению $\bar{M}(\bar{\Theta})$, где суммарный вклад всех переменных, кроме температуры воздуха, заменен эмпирическим параметром, преобразуем (2.53) к виду

$$\bar{M} = \left(\frac{a_1 \bar{R} + a_3 \bar{C} + a_4 \bar{e} + a_5 \bar{h}}{\bar{\Theta}} + a_2 \right) \bar{\Theta}. \quad (2.54)$$

Это выражение представляет собой искомую однофакторную формулу

$$\bar{M} = a \bar{\Theta} + b \quad (2.55)$$

при условии, что коэффициент

$$a_2 \sim a = \text{const} \quad (2.56)$$

и отношение

$$\frac{a_1 \bar{R} + a_3 \bar{C} + a_4 \bar{e} + a_5 \bar{h}}{\bar{\Theta}} \sim b = \text{const} \quad (2.57)$$

остаются постоянными в достаточно широком диапазоне значений R, C, e, h и Θ .

Очевидно, что выполнение условий (2.56) и (2.57) определяет также возможность трактовки температуры воздуха или другой переменной из правой части уравнения (2.53) как универсального индекса приходной части теплового баланса поверхности ледника.

Методика решения этого вопроса предложена Р. Брайтуэйтом [235], который рассмотрел вклады радиационного баланса, активного и скрытого тепла, потока тепла вглубь ледника в тепловой баланс абляции и параметры a и b формулы интенсивности абляции типа (2.55). По мнению этого автора, слабая корреляция таяния с радиацией на ледниках Канадской Арктики, несмотря на основной вклад R в тепловой баланс, обусловлена малой изменчивостью радиационного баланса.

Удовлетворительная связь абляция — температура воздуха ($r = 0,49 \div 0,84$) была получена в этом районе вследствие достаточно тесных зависимостей между абляцией и активным теплом и, в свою очередь, между активным теплом и температурой воздуха. Р. Брайтуэйт считает также, что температура воздуха не является индексом приходной части теплового баланса абляции.

Результаты, изложенные в работе [235], позволяют выдвинуть гипотезу о связи между вкладами источников внешней энергии в приходную часть теплового баланса абляции и их значимостью для описания дисперсии абляции. В условиях Средней Азии следствием подавляющей роли радиации в тепловом балансе поверхности ледников (см. табл. 2.1) является преобладание коэффициентов корреляции зависимостей $M(R)$ и $M(B_k)$ над $M(\Theta)$ и другими.

Для массовых расчетов по формулам типа (2.55) большое значение имеет размер ареала, где выполняются условия (2.56) и (2.57). В зависимости от этого соответствующая эмпирическая формула может быть использована для расчетов интенсивности таяния на отдельном леднике в конкретной гляциальной области или на всей площади оледенения Средней Азии. Во всех случаях, если позволяют исходные данные, следует также установить и описать пространственно-временные закономерности изменения коэффициентов a и b .

2.3. Локальные и региональные эмпирические формулы для расчета интенсивности таяния в гляциальных областях Средней Азии

В настоящее время на нескольких ледниках в пределах Средней Азии путем непосредственных стационарных или полустационарных гляциологических исследований накоплены достаточные для статистического анализа ряды измерений таяния и отдельных метеорологических элементов. По таким данным могут быть получены статистически обоснованные локальные эмпирические формулы для расчета таяния (подобно тому, как это делается, например, для прогноза стока рек Средней Азии в отдельных гидрометрических створах), и этим формулам следует отдавать предпочтение при определении таяния на соответствующих ледниках или в условиях географически однородного района.

Локальными формулами в дальнейшем будем называть такие аналитические выражения, параметры которых получены применительно к условиям таяния на свободной от сплошной морены поверхности снега и льда в пределах одного ледника или их группы в климатически однородном районе. В зависимости от состава исходных данных локальные формулы могут иметь вид уравнений регрессии первого, второго или смешанного типов.

Принимая во внимание хорошо известные достоинства температуры воздуха как удобного аргумента для расчетов таяния, рассмотрим результаты эмпирической оценки параметров a и b формулы

$$\tilde{M}_{10} = a\bar{\Theta}_{10} + b, \quad (2.58)$$

анализа этих коэффициентов, проверки качества расчета $\tilde{M}$ на независимом материале.

В табл. 2.3 приведены полученные автором параметры уравнений регрессии для расчета средней за декаду интенсивности таяния на отдельных ледниках или их группах в пределах Средней Азии.

Весьма важным этапом создания методики расчета таяния является проверка локальных эмпирических формул $\tilde{M}(\bar{\Theta})$ на независимом материале. Итоги такой проверки, которые также представлены в табл. 2.3, свидетельствуют о достаточно удовлетворительном качестве результатов контроля и, следовательно, временной (а по ледникам р. Пскем и пространственной) устойчивости исходных параметров регрессии. Здесь же отметим неизбежный недостаток формул, приведенных в табл. 2.3 и вообще выражений типа $\tilde{M}(\bar{\Theta})$ — большие относительные ошибки расчета $\tilde{M}$ при низких температурах, когда величины таяния становятся сравнимыми и меньше вероятной ошибки вычислений.

Проанализируем численные значения коэффициентов a и b в табл. 2.3, относящихся к довольно разнообразному диапазону условий оледенения Средней Азии. На наш взгляд, наиболее

Таблица 2.3

Локальные эмпирические формулы для расчета таяния на ледниках Средней Азии

Ледник (район)	Формула	N	$\Theta_{\min}; \text{max}$ исходной выборки, °C	r	$s_{\tilde{M}}^2$ см	$\frac{s_{\tilde{M}}}{\sigma_{\tilde{M}}}$	Итоги проверки формул			
							N*	Δ мм	P %	$\Theta_{\min}; \text{max}$ контрольной выборки
Медвежий	$\tilde{M}_{10} = 0,53\Theta + 1,10$	30	1,5; 11,5	0,92	0,66	0,38	17	12	77	5,9; 12,9
Федченко	$\tilde{M}_{10} = 0,45\Theta + 2,16$	40	-2,2; 7,9	0,77	0,96	0,64	27	10	92	-3,3; 5,7
Якарча	$\tilde{M}_{10} = 0,75\Theta + 1,00$	25	0,5; 8,4	0,87	0,88	0,49		12		
Абрамова	$\tilde{M}_{10} = 0,69\Theta + 2,72$	24	-2,6; 5,5	0,92	0,64	0,40	33	11	73	-3,5; 5,0
Ледники бассейна р. Пскем	$\tilde{M}_{10} = 0,54\Theta + 0,43$	27	1,4; 7,5	0,81	0,85	0,58	17	7	71	2,7; 8,6
Карабаткак	$\tilde{M}_{10} = 0,40\Theta + 1,44$	31	3,6; 8,3	0,65	0,62	0,75	31	6	74	3,8; 7,5
Голубина	$\tilde{M}_{10} = 0,73\Theta + 0,25$	35	1,4; 7,3	0,84	0,67	0,54	34	8	74	1,5; 6,5
Центральный Туюксу	$\tilde{M}_{10} = 0,60\Theta + 0,40$	24	1,4; 7,9	0,71	0,88	0,70	17	8	71	1,4; 7,9

Примечания: 1. N — количество элементов исходной выборки; r — коэффициент корреляции; s_M — среднеквадратическая ошибка расчета по формуле $\tilde{M}(\Theta)$; s_M/σ_M — относительная среднеквадратическая ошибка; N* — количество элементов контрольной выборки; $\Delta = 0,674\sigma_M$ — вероятная ошибка расчета; P — оправдываемость проверочного расчета при $M_{расч} = M_{изм} \pm \Delta$; M, Θ — средние за декаду таяние (см) и температура воздуха.
2. Контроль локальной формулы для ледника Медвежьего частично выполнен по материалам измерений таяния на соседнем леднике РГО, где работали экспедиции Института геологии и геофизики АН УзССР под руководством А. А. Крейтера.

интересными и важными с точки зрения методики расчета таяния являются следующие обобщения:

— параметр b во всех случаях имеет положительный знак, что вполне соответствует его роли представителя остальных, кроме Θ , аргументов основной формулы (2.53);

— пространственная вариация b во много раз больше изменчивости параметра a , что препятствует получению единой для Средней Азии формулы типа $\bar{M}(\bar{\Theta})$. Выходом из такого затруднения могло бы служить установление закономерностей пространственного изменения b , однако имеющийся у автора к настоящему времени материал не позволяет сделать это;

— статистическая значимость радиационного баланса и других компонентов уравнения (2.1) для расчета таяния, которую символизирует в общем виде коэффициент b , во всех случаях становится все более заметной по мере убывания температуры воздуха. А на ледниках Федченко, Абрамова, Карабаткак отношение $b/a\Theta$ составляет от 40 до 70 % даже при максимальных значениях $\bar{\Theta}$.

Результаты определения параметров локальных эмпирических формул интенсивности таяния, где аргументами являются элементы баланса солнечной радиации и температура воздуха, представлены в табл. 2.4.

Высокая точность расчетов суточных значений таяния по локальным формулам $\bar{M}(B_k, \Theta)$ и $\bar{M}(B_k)$ хорошо согласуется с результатами корреляционного анализа общего линейного уравнения регрессии (2.51) в разделе 2.2. Однако, по мнению автора, для массовых расчетов таяния целесообразно использовать осредненные значения переменных B_k и Θ из-за недостаточной точности определения их пространственной вариации.

Несомненным достоинством ряда достаточно обоснованных и проверенных локальных формул, приведенных в табл. 2.3 и 2.4, является хорошее приближение к фактическим значениям таяния. Однако существует и обратная сторона этого преимущества, а именно: неуверенность в результатах расчета для неизученных районов, необходимость проведения длительных полевых измерений таяния и метеорологических элементов в каждом новом районе, для которого потребовалось рассчитать таяние ледников.

В связи с этим для выполнения массовых расчетов интенсивности таяния ледников в бассейнах рек Средней Азии необходимы универсальные формулы, имеющие достаточно широкие возможности использования. В дальнейшем будем называть такие формулы региональными.

Для получения региональной в условиях Средней Азии однофакторной формулы $\bar{M}_{10}=f(\bar{\Theta})$ была предпринята попытка объединить локальные уравнения регрессии из табл. 2.3 путем проверки гипотезы однородности параметров a и b в этих формулах. Соответствующие вычисления показали, что гипотеза об однородности параметров на 5 %-ном уровне значимости не удовлетворяется

Таблица 2.4

Локальные эмпирические формулы для расчета средней за декаду интенсивности таяния на ледниках Средней Азии (см/сут)

Ледник; высота	Формула	N	r	$s_{\bar{M}}^2$ см
Медвежий; 3,0—3,25 км	$\bar{M}_{10} = 0,013R - 0,14$	29	0,99	0,21
	$\bar{M}_{10} = 0,013B_k - 0,12$	29	0,87	0,76
	$\bar{M}_{10} = 0,0075B_k + 0,29\Theta - 0,07$	29	0,96	0,45
Абрамова; 3,85 км	$\bar{M}_{10} = 0,0098R + 0,50$	28	0,70	1,30
	$\bar{M}_{10} = 0,0108B_k - 1,11$	28	0,85	0,93
	$\bar{M}_{10} = 0,0081B_k + 0,35\Theta - 0,71$	28	0,91	0,73
Ледники бассейна р. Пскем; 3,23—3,62 км	$\bar{M}_{10} = 0,0125R - 0,68$	13	0,84	0,61
	$\bar{M}_{10} = 0,011B_k - 0,63$	13	0,69	0,82
	$\bar{M}_{10} = 0,014B_k + 0,087\Theta - 2,11$	13	0,70	0,80
Карабаткак; 3,42 км	$\bar{M}_{10} = 0,0063B_k + 1,36$	25	0,80	0,41
	$\bar{M}_{10} = 0,0055B_k + 0,084\Theta + 1,13$	25	0,81	0,40
Центральный Ту- юксу; 3,47—3,75 км	$\bar{M}_{10} = 0,01R + 0,34$	32	0,98	0,25
	$\bar{M}_{10} = 0,0086B_k + 0,05$	31	0,79	0,54
	$\bar{M}_{10} = 0,0087B_k + 0,20\Theta - 0,82$	18	0,84	0,53

Примечание. R — радиационный баланс, B_k — поглощенная радиация (размерность R и B_k в кал/см²·сут), N — количество декад, r — коэффициент парной или множественной корреляции, $s_{\bar{M}}^2$ — среднеквадратическая ошибка расчета интенсивности таяния.

в целом для уравнений в табл. 2.3 и может быть принята только для таких сочетаний ледников, как Федченко—Абрамова, Центральный Туяксу—Голубина.

По сравнению с аргументами Θ , h и C элементы баланса солнечной радиации (R или B_k) представляются более подходящими для получения универсальной эмпирической одно- или двухфакторной формулы. Основанием для этого вывода является преобладающая роль потока радиации в приходной части теплового баланса.

Характерно также, что коэффициенты корреляции зависимостей $\bar{M}(\bar{R})$ и $\bar{M}(\bar{B}_k)$ при осреднении переменных за интервалы времени от 10 до 60 дней совпадают или очень близки к модам распределения корреляции ежедневных данных. Следовательно, пригодность для расчета таяния формул с этими аргументами обуславливается не статистическими, а физическими причинами.

Несмотря на высокие коэффициенты корреляции однофакторных зависимостей $\bar{M}(\bar{R})$ или $\bar{M}(\bar{B}_k)$, определенная доля дисперсии

функции остается необъясненной. Например, корреляция порядка 0,85—0,95 описывает дисперсию зависимой переменной на 72—90 %. Учитывая это, рассмотрим целесообразность добавления к R или B_k другого аргумента (из числа рассматриваемых здесь) и расчета таяния по n -факторному уравнению регрессии. Определение параметров множественной линейной регрессии произведено на ЭВМ по программе, составленной автором.

В этой программе предусмотрены: нормализация переменных по Г. А. Алексееву [7], возможность перебора всех сочетаний аргументов при расчете сводного коэффициента корреляции для уравнений 2-го и 3-го порядков, введен ряд критериев, обеспечивающих включение в уравнение переменных, значимых для повышения порядка регрессии.

Сводные результаты многофакторного регрессионного анализа осредненных за декаду и месяц значений функции и аргументов, которые приведены в работе [119], позволяют сделать следующие выводы.

1. Нормализация переменных не дает существенного изменения коэффициентов корреляции. Следовательно, связи между таянием и метеорологическими элементами близки к линейным.

2. Включение второй переменной в уравнение регрессии, если первая R или B_k , приводит к значимому эффекту только для B_k .

3. Добавление в уравнение регрессии к R или B_k в качестве второй переменной относительной влажности воздуха дает сводный коэффициент корреляции такой же или ненамного меньше, чем при использовании температуры воздуха. Аналогичный вывод для суточных величин поглощенной радиации, абсолютной влажности и скорости ветра приводится в работе [278].

4. Исключение R или B_k из анализа регрессии существенно ухудшает сводный коэффициент корреляции, получающийся для оставшихся переменных.

В результате многофакторного линейного регрессионного анализа переменных M , R , B_k , Θ и h получена содержащаяся в табл. 2.5 сводка региональных формул для расчета средней за декаду и месяц интенсивности таяния на ледниках Средней Азии.

В качестве исходных данных для регрессионного анализа использованы измерения таяния и метеорологических элементов на ледниках Медвежьем, Абрамова, Имат, Райгородского, Пахтакор, Голубина, Корженевского, Центральном Туяксу. В состав выборок были включены также данные измерений в бассейне р. Кызылча (Западный Тянь-Шань) метеорологических характеристик и таяния сезонного снежного покрова в течение марта—апреля.

Наличие региональных формул для вычисления $\bar{M}_{10}$ и $\bar{M}_{30}$ с вполне приемлемой относительной погрешностью расчета является необходимым, но еще недостаточным этапом разработки методики определения суммарного таяния гляциальных областей Средней Азии. Окончательное заключение о пригодности формул из табл. 2.5 для расчетов таяния в широком диапазоне условий

Таблица 2.5
Региональные формулы для расчета таяния льда и снега в горах Средней Азии

Период осреднения, дни	Формула	$\frac{s_{\bar{M}}}{\sigma_{\bar{M}}}$
10	$\bar{M} = 0,014R - 0,45$	0,290
	$\bar{M} = 0,014B_k - 0,77$	0,463
	$\bar{M} = 0,492\Theta + 1,31$	0,561
	$\bar{M} = 0,0094B_k + 0,27\Theta - 0,74$	0,290
	$\bar{M} = 0,012B_k - 0,032h + 1,65$	0,427
	$\bar{M} = 0,40\Theta - 0,038h + 3,85$	0,522
30	$\bar{M} = 0,014R - 0,35$	0,290
	$\bar{M} = 0,014B_k - 0,94$	0,440
	$\bar{M} = 0,51\Theta + 1,13$	0,518
	$\bar{M} = 0,0094B_k + 0,29\Theta - 0,85$	0,240
	$\bar{M} = 0,011B_k - 0,048h + 2,97$	0,329
	$\bar{M} = 0,38\Theta - 0,038h + 4,0$	0,490

Примечания: 1. $s_{\bar{M}}/\sigma_{\bar{M}}$ — относительная среднеквадратическая ошибка расчета. 2. Размерности переменных: M — в см/сут; R и B_k — в кал/см²; Θ — в °C; h — в %.

может быть сделано только после проверки эмпирических уравнений на независимых данных.

Контроль региональных формул в табл. 2.5 выполнен по фоновым и опубликованным материалам [144, 146, 153, 154, 165] измерений таяния снега и льда, элементов баланса солнечной радиации, температуры и относительной влажности воздуха.

В качестве верхнего предела допустимой ошибки расчета по каждой из проверяемых формул принята величина, равная $0,674\sigma_M$, где σ_M — среднеквадратическое отклонение функции в исходной выборке, по которой получена формула. Оправдавшимся считался каждый случай расчета таяния, для которого разница между вычисленным и измеренным значениями не превышала $0,674\sigma_M$.

Сведения, необходимые для оценки результатов авторской проверки региональных формул для расчета таяния в гляциальной области Средней Азии, представлены в табл. 2.6. Обобщая итоги проверки, сделаем следующие выводы:

а) количество контрольных расчетов таяния по всем региональным формулам, кроме $\bar{M}_{10} = f(\bar{B}_k, \bar{h})$, следует признать вполне достаточным, а состав соответствующих выборок репрезентативным для надежной оценки качества полученных формул;

б) наиболее высокий и устойчивый процент оправдываемости имеют формулы $\bar{M}_{10}(\bar{R})$ и $\bar{M}_{10}(\bar{B}_k, \bar{\Theta})$. Учитывая трудность

Результаты проверки на независимом материале региональных формул

Ледник	$\tilde{M}_{10} = 0,14R - 0,45$				$\tilde{M}_{10} = 0,14B_K - 0,77$				$\tilde{M}_{10} = 0,0094B_K + 0,27\Theta - 0,74$				$\tilde{M}_{10} = 0,012B_K - 0,032h + 1,65$				Количество декад в отдельные месяцы			
	*N	% d	аргумент		*N	% d	аргумент		*N	% d	аргумент		*N	% d	аргумент		IA	IIA	IIIA	XI
			min	max			min	max			min	max			min	max				
Карабаткак	29	80	160	490	29	69	220	540	29	72	220	540	29	70	220	540	—	13	14	2
Абрамова	56	71	10	450	56	50	140	610	56	91	140	610	56	54	140	610	13	16	12	12
Группа ледников	49	82	60	480	55	73	120	550	38	89	170	540	38	89	170	540	—	41	4	4
Ледники Кавказа					18	89	190	570			190	570			190	570	—	9	9	—

Примечание. Верхний предел вероятной ошибки расчета (0,674σ_м) для формул $\tilde{M}(\bar{R})$ и $\tilde{M}(\bar{B}_K)$ равен 11 и 13 мм, для формул $\tilde{M}(\bar{B}_K, \bar{\Theta})$ и $\tilde{M}(\bar{B}_K, \bar{h})$ — 13 мм. На леднике Карабаткак измерения таяния и метеорологических элементов выполнены сотрудниками Тянь-Шаньской физ.-геогр. станции АН КиргССР, на леднике Абрамова — сотрудниками САНИИ и УГКС УзССР, по ледникам Кавказа использованы материалы [27].

определения такого аргумента, как радиационный баланс, считаем наиболее целесообразным расчеты таяния снега и льда (см/сут) в условиях Средней Азии выполнять по региональным формулам:

$$\tilde{M}_{10} = 0,0094\bar{B}_K + 0,27\bar{\Theta} - 0,74 \quad (2.59)$$

и

$$\tilde{M}_{30} = 0,0094\bar{B}_K + 0,29\bar{\Theta} - 0,85. \quad (2.60)$$

Высокий процент оправдываемости (89 %) расчетов таяния по формуле (2.59) был получен даже для Кавказских ледников. Что касается региональной формулы $\tilde{M}_{10} = f(\bar{B}_K, \bar{h})$, то недостаток независимых данных не позволяет пока сделать определенного заключения о ее качестве;

в) успешный результат разработки и контроля региональной двухфакторной формулы $\tilde{M}(B_K, \Theta)$ обеспечен прежде всего наличием в составе аргументов такой статистически и генетически значимой переменной, как поглощенная солнечная радиация. Это является дополнительным основанием для уверенного использования уравнений (2.59) и (2.60) в массовых расчетах суммарного таяния гляциальных областей Средней Азии.

С целью сравнения определений $\tilde{M}$ по упрощенному уравнению теплового баланса таяния и с помощью эмпирических формул были выполнены также расчеты интенсивности таяния на нескольких ледниках Средней Азии по формуле (2.40) Ю. М. Денисова и региональной двухфакторной формуле (2.59), полученной автором. Кроме того, Ю. М. Денисов с соавторами [56] провели по материалам наблюдений на леднике Медвежье [110] сравнение результатов расчета интенсивности таяния (см/сут) по усовершенствованному варианту формулы (2.40), региональной $\tilde{M}(B_K, \Theta_{\text{пер}})$ и локальным формулам $\tilde{M}(B_K, \Theta)_{\text{лок}}$ и $\tilde{M}(\Theta)_{\text{лок}}$

$$\tilde{M} = 0,0075B_K + 0,29\Theta - 0,07, \quad (2.61)$$

$$\tilde{M} = 0,53\Theta + 1,1, \quad (2.62)$$

полученных автором для ледника Медвежье. Расчет интенсивности таяния по усовершенствованному варианту формулы Денисова проводился с использованием непосредственных измерений скорости ветра.

Результаты названных проработок представлены в табл. 2.7—2.8 и на рис. 2.1. Для удобства дальнейшего изложения обозначим: D_1 — первый вариант формулы (2.40) при $f(u) = \text{const}$ и D_2 — усовершенствованный вариант формулы (2.40), в котором используются данные по скорости ветра.

Как видно, из 11 случаев сравнения результатов расчета интенсивности таяния на различных ледниках Средней Азии в 7 более тесные связи измеренных и рассчитанных значений $\tilde{M}$ получены с применением двухфакторной региональной формулы

Таблица 2.7

Сравнение результатов расчета по различным формулам суточной интенсивности таяния на леднике Медвежьем

Характеристика качества расчета	Формулы интенсивности таяния				
	D_1	D_2	$M(B_K, \Theta)_{\text{лок}}$	$M(B_K, \Theta)_{\text{рег}}$	$M(\Theta)_{\text{лок}}$
Среднеквадратическое отклонение для $\Delta M = M_p - M_\phi$	7,8	8,3	7,5	8,5	11,2

Примечание. M_p — рассчитанная и M_ϕ — фактическая суточная интенсивность таяния.

$M(B_K, \Theta)$. Сравнение $\bar{M}_\phi$ с $\bar{M}_d$ и $\bar{M}_K$ тоже оказалось в пользу формулы автора с таким же результатом.

Учитывая не очень существенную разницу коэффициентов корреляции в табл. 2.8, можно считать, что использование региональной эмпирической формулы (2.59) обеспечивает при значительно меньшем объеме исходных данных и вычислений такое же или

Таблица 2.8

Сравнение результатов расчета интенсивности таяния на ледниках с фактическими измерениями M

Название ледника	Количество случаев	Коэффициент корреляции		Средняя интенсивность таяния, мм			Среднеквадратичное отклонение, мм		
		$M_{D_1},$ M_Φ	$M_K,$ M_Φ	M_Φ	M_D	M_K	Φ	D_1	K
В среднем за сутки									
Пахтакор	30	0,92	0,89	44,5	44,1	39,8	12,6	12,5	11,3
Аютор-2	28	0,40	0,45	43,0	40,8	41,8	17,8	9,9	11,8
Баркрак	61	0,77	0,80	30,9	37,3	35,9	27,1	17,4	18,5
Абрамова	391	0,80	0,82						
Медвежий	100	0,92	0,90	51,1	51,9	49,2	19,3	21,1	21,2
Северцова	39	0,66	0,72	51,3	48,0	51,1	13,7	16,4	16,5
Райгородского	141	0,69	0,62	52,3	57,0	51,0	26,1	18,1	18,8
Имат	27	0,79	0,81	68,2	47,4	44,6	23,6	14,8	15,5
В среднем за декаду									
Абрамова	55	0,84	0,88	29,3	40,3	33,0	16,3	18,7	16,6
Медвежий	10	0,99	0,96	51,1	51,8	49,3	14,8	15,8	14,8
Туюксу	22	0,70	0,78	25,3	36,5	30,4	10,0	10,3	9,0

Примечание. ϕ — фактические данные, D_1 — расчет по формуле (2.40) Ю. М. Денисова при $f(u) = \text{const}$, K — расчет по двухфакторной $M(B_K, \Theta)$ региональной формуле (2.59) В. Г. Коновалова, M — интенсивность таяния.

даже лучшее качество расчета интенсивности таяния в сравнении с вариантом D_1 упрощенного уравнения теплового баланса.

Аналогичное заключение вполне справедливо и для сравнения на леднике Медвежьем вариантов D_1 и D_2 с локальной и регио-

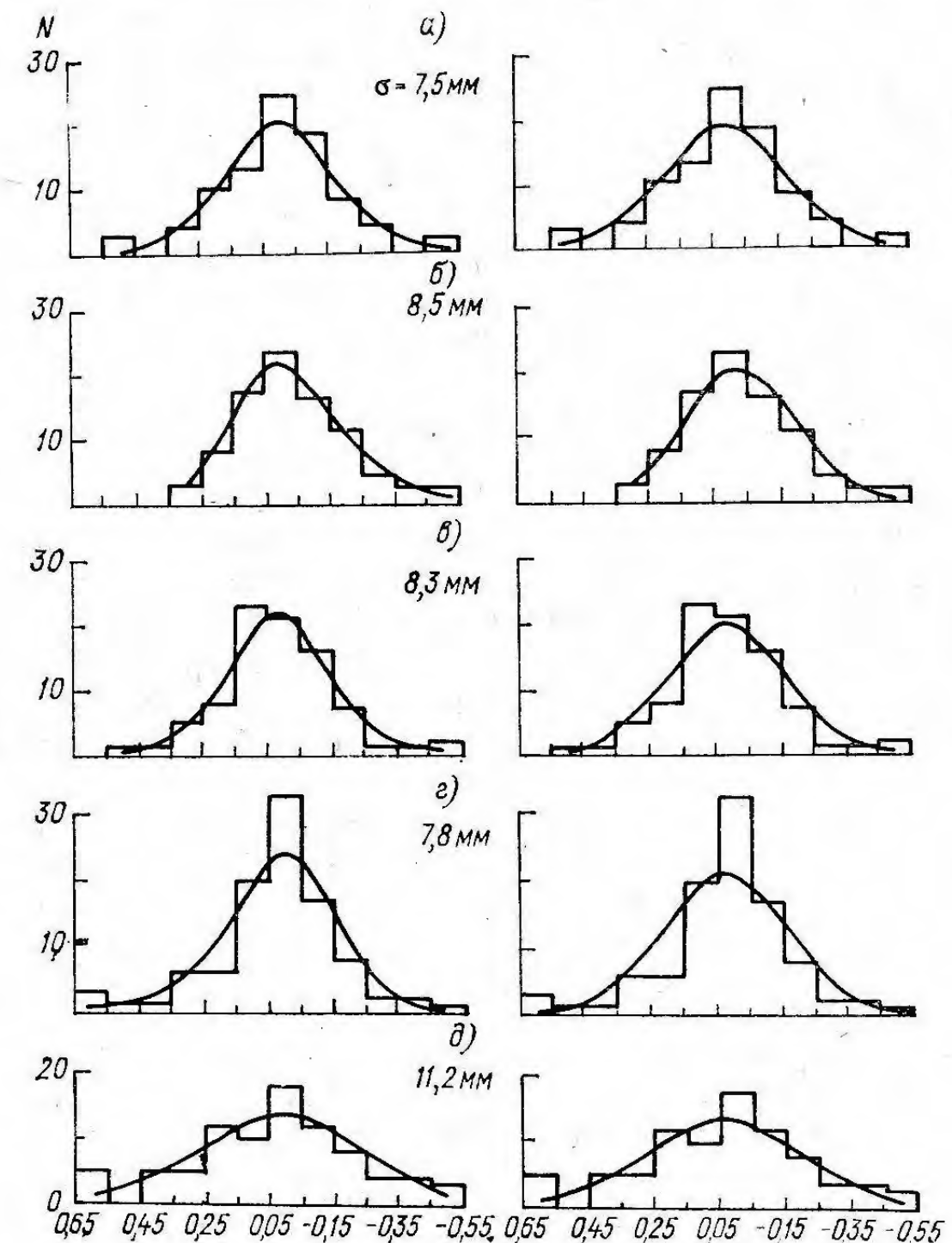


Рис. 2.1. Распределения относительных ошибок расчета интенсивности таяния на леднике Медвежьем.

а) $M(B_K, \Theta)_{\text{лок}}$ — формула (2.68), б) $M(B_K, \Theta)_{\text{рег}}$ — формула (2.66), в) $M(D_2)$ — формула Денисова (D_2), г) $M(D_1)$ — вариант формулы Денисова, д) $M(\Theta)_{\text{лок}}$ — формула (2.69).

нальной двухфакторными формулами $M(B_K, \Theta)$, где наименьшее среднеквадратическое отклонение величин ΔM получено [55] для формулы $M(B_K, \Theta)_{\text{лок}}$, а точность расчета M по эмпирической региональной формуле (2.59) практически такая же, как для вариантов D_1 и D_2 .

Вывод о сравнительной точности расчетов на леднике Медвежьем хорошо согласуется с гистограммами и подобранными

к ним функциями распределения относительных ошибок расчета $\delta_{\tilde{M}} = \frac{\Delta M}{M_{\Phi}}$ по различным формулам, представленным на рис. 2.1.

Как видно, для характеристики формы распределения относительных ошибок расчета интенсивности таяния на леднике Медвежьем по формулам (2.59), (2.61), (2.62) и вариантам D_1 и D_2 вполне подходящей является нормальная кривая распределения с значением параметра $\sigma \approx 8$ мм. Заметное возрастание величины этого параметра для формулы $M(\Theta)_{\text{лок}}$ и, следовательно, ухудшение качества расчетов таяния указывает на необходимость определения таяния по формулам, где аргументами являются поглощенная радиация и температура воздуха. В данном случае некоторое усложнение методики расчета вполне оправдывается существенным повышением точности результатов.

Выявленное при сопоставлении оценок точности расчетов таяния (табл. 2.7—8, рис. 2.1) отсутствие преимущества у принципиально более обоснованных и универсальных вариантов D_1 и D_2 уравнения теплового баланса (2.1) обусловлено, на наш взгляд, наличием в составе расчетных формул большого числа эмпирических коэффициентов, пространственно-временная изменчивость которых в условиях оледенения Средней Азии не описана.

В заключение рассмотрим еще одну универсальную формулу интенсивности таяния снега и льда, учитывающую полученные на ледниках Средней Азии соотношения между компонентами уравнения теплового баланса (2.1).

Простейшим вариантом однофакторной формулы интенсивности таяния является физически обоснованное безразмерное соотношение

$$\kappa_1 = \frac{c_* M}{B_K}, \quad (2.63)$$

которое характеризует затраты тепла на таяние в долях от поглощенной радиации B_K , поскольку уравнение теплового баланса (2.50) можно записать в виде [262]

$$\frac{M}{B_K} = 1 + \frac{x}{B_K}, \quad (2.64)$$

где символом x обозначена алгебраическая сумма всех прочих, кроме B_K , компонентов правой части уравнения (2.50). Тогда, при $0 < \kappa_1 < 1$

$$x = B_K (1 - \kappa_1), \quad (2.65)$$

а для $\kappa_1 > 1$

$$x = B_K (\kappa_1 - 1). \quad (2.66)$$

На рис. 2.2 показано полученное автором распределение параметра κ_1 для условий оледенения Средней Азии. Для расчетов интенсивности таяния по формуле

$$\tilde{M} = \kappa_1 B_K \quad (2.67)$$

в качестве первого приближения κ_1 может быть принято среднее значение этого распределения ($\kappa_1 = 0,75 = \text{const}$).

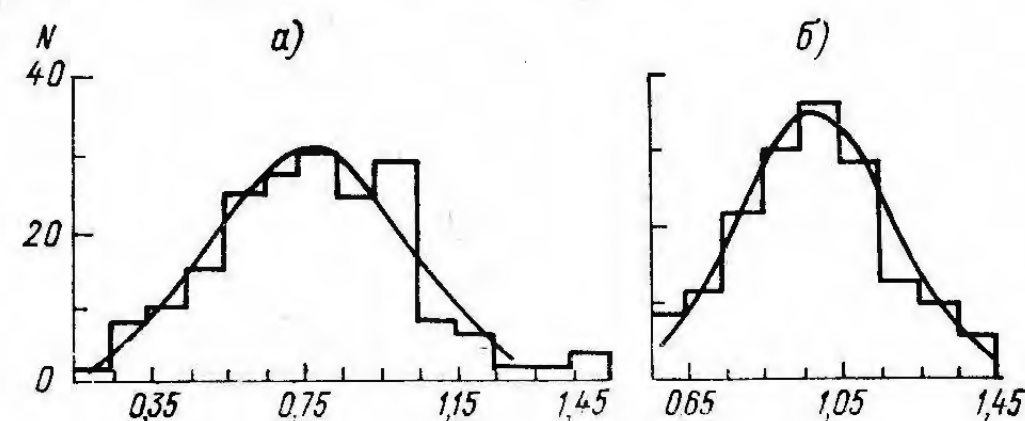


Рис. 2.2. Распределения отношений M/B_K (а) и M/R (б) по измерениям интенсивности таяния (M), радиационного баланса (R) и поглощенной радиации (B_K) на ледниках Средней Азии.

Анализ осредненных за месяц значений таяния и поглощенной радиации на ледниках Средней Азии показывает (рис. 2.3) наличие в июле, августе и сентябре достаточно тесных зависимостей $\kappa_1(z)$ вида

$$\kappa_1(z) = a_0 + b_0 z, \quad (2.68)$$

в которой параметры a_0 и b_0 имеют внутригодовой ход.

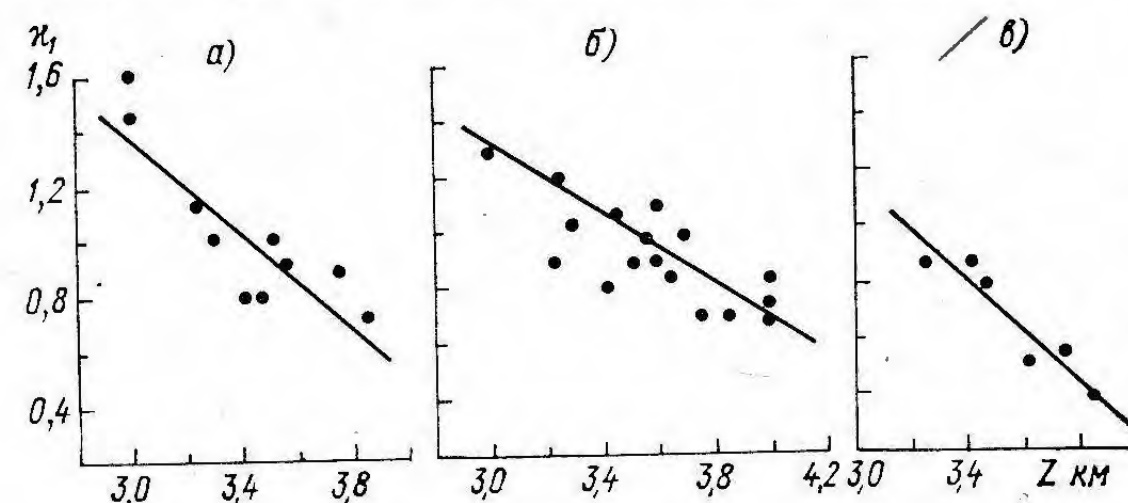


Рис. 2.3. Зависимость коэффициента κ_1 в формуле (2.70) от высоты местности в июле (а), августе (б) и в сентябре (в).

Для расчета $a_0(t)$ и $b_0(t)$ получены следующие выражения:

$$a_0(t) = 87,67 - 0,525t + 0,000841t^2, \quad (2.69)$$

$$b_0(t) = 0,179t - 0,00028t^2 - 29,29, \quad (2.70)$$

где t — номер дня внутри гидрологического года, начинающегося с 1 октября.

В итоге формулы (2.63)—(2.70) позволяют рассчитывать по упрощенному варианту уравнения (2.50) интенсивность таяния

на ледниках Средней Азии с учетом пространственно-временной изменчивости параметра κ_1 .

Результаты отдельных оценок качества расчета M по формулам (2.67) — (2.70) и выражению

$$\tilde{M} = \frac{\kappa_1(z, t) B_k + x}{c_*} \quad (2.71)$$

приведены в табл. 2.9. Как видно, применение для определения M более точной формулы (2.71) в ряде случаев заметно уменьшает среднеквадратичную ошибку расчета ($\sigma_{\Delta M}$). Если сравнить значения $\sigma_{\Delta M}$ для ледника Медвежьего в табл. 2.7—2.8, полученные для всех рассмотренных в данной работе формул интенсивности таяния, то оценки качества расчета M по уравнению (2.71) оказываются наилучшими.

Таблица 2.9

Оценки качества расчетов M по формулам (2.67) — (2.70)

Характеристика	Название ледника						
	Медвежий	Пахтакор	Северцова, 1975 г.	Северцова, 1976 г.	Имат	Райгородского	Абрамова
z км	3.250	3.520	3.450	3.450	3.000	3.050	3.850
N	100	30	14	24	27	81	37
σ_{Δ_1} мм	8,10	7,63	8,19	9,58	16,01	12,37	14,22
σ_{Δ_2} мм	7,24	6,44	7,53	9,05	15,85	12,19	13,93

Примечание. z — высота пункта измерений таяния на леднике, N — количество случаев расчета M , σ_{Δ_1} — среднеквадратичное отклонение расчетов M по формуле (2.67), σ_{Δ_2} — среднеквадратичное отклонение расчетов M по формуле (2.71).

Вывод

В условиях массовых расчетов интенсивности таяния в гляциальных областях Средней Азии формулы, основанные на уравнении теплового баланса, не дают улучшения качества расчетов M .

Равную или даже лучшую точность региональных расчетов по сравнению со сложными выражениями (2.37), (2.40), (2.46) и другими обеспечивают формулы (2.59), (2.67) и (2.70), полученные автором для условий оледенения Средней Азии.

2.4. Расчет таяния льда и снега под мореной

В соответствии с основным уравнением (1.30) процесса суммарного таяния на ледниках для определения объема таяния льда под мореной необходимы:

а) сведения о площади сплошного моренного покрова $S_{\text{лм}}$ и внутригодовой изменчивости $S_{\text{лм}}(t)$ в связи с движением сезонной снеговой границы по леднику,

б) универсальная или локальные функции

$$f(h_c) = M(h_c)/M \quad (2.72)$$

ослабления таяния льда в зависимости от толщины h_c сплошного моренного покрова,

в) данные о средней толщине морены $\bar{h}_c$ в интервале высот от Z_K до $Z_{\text{гсс}}(t)$ на площади $S_{\text{лм}}$ или $S_{\text{лм}}(t)$.

При $Z_{\text{гсс}}(t) \geq Z_{\text{вгм}}$

$$\bar{h}_c = \frac{1}{\Delta Z_c} \int_{Z_K}^{Z_{\text{вгм}}} h_c(z) dz, \quad (2.73)$$

а при $Z_K < Z_{\text{гсс}}(t) < Z_{\text{вгм}}$

$$\bar{h}_c(t) = \frac{1}{\Delta Z_c(t)} \int_{Z_K}^{Z_{\text{гсс}}(t)} h_c(z) dz, \quad (2.74)$$

$$\Delta Z_c = Z_{\text{гсс}}(t) - Z_K$$

Величина $S_{\text{лм}}$ является одной из обобщенных морфометрических характеристик «среднего ледника» и определяется по данным Каталога ледников СССР. Для оценки внутригодовой изменчивости $S_{\text{лм}}(t)$, согласно выражению

$$S_{\text{лм}}(t) = \int_{Z_K}^{Z_{\text{гсс}}(t)} s(z) dz, \quad (2.75)$$

используются данные об изменении высоты сезонной снеговой границы $Z_{\text{гсс}}(t)$ в течение абляционного периода и морфометрические показатели «среднего ледника»: Z_K — высота конца ледника, $s(z)$ — распределение площади ледника в зависимости от высоты.

Методы определения Z_K и $s(z)$ изложены в разделе 1.2, а $Z_{\text{гсс}}(t)$ в разделе 3.3. Рассмотрим далее способы описания $f(h_c)$ и $h_c(z)$ применительно к региональной модели процесса суммарного таяния ледников в бассейне.

К настоящему времени в пределах Средней Азии экспедиционные измерения таяния под мореной выполнены примерно на полутора десятках ледников — Федченко, Медвежьем, Русского Географического общества (РГО), Ленина, Имат, Райгородского, Пахтакор, Аютор-2, и Аютор-3, Баркрак, Карабаткак, Голубина, Шокальского, Сатпаева, Центральном Туюксу [24, 59, 88, 110, 165, 225]. Аналогичные данные имеются также по ряду ледников других горных территорий Советского Союза (Кавказ, Алтай) [68, 69, 155, 185, 211].

После осреднения такого рода исходных данных и представления их в виде относительных значений таяния $\frac{M(h_c)}{M}$ на графике связи

$$\frac{M(h_c)}{M} = f(h_c), \quad (2.76)$$

как правило, вырисовывается функция, имеющая максимум при некотором $h_c > 0$, а затем убывающая с возрастанием h_c . Обобщенные численные значения $f(h_c)$ для различных толщин моренного покрова приведены ниже в табличном виде:

h_c см . . .	0	0,2	0,5	0,8	1,0	2,0	5,0	10	20	30	50	100	150	200	250	300
$f(h_c)$ % . .	100	106	110	105	102	86	60	43	26	17	12	8	5	3	1	1

Рассмотрим далее значения $f(h_c)$, полученные по измерениям M и $M(h_c)$ на отдельных ледниках Средней Азии.

Разброс точек на графиках $f(h_c) = [M(h_c)]/M$, объединяющих относительные значения таяния под мореной на различных ледниках, показывает, что пространственно-временная изменчивость параметров этой зависимости несомненно значительна.

В первом приближении вариацию относительных значений таяния льда при одной и той же толщине морены в условиях Средней Азии характеризуют данные в табл. 2.10. Частично изменчивость относительных значений таяния в табл. 2.10 можно объяснить отсутствием количественных признаков «чистой» поверхности ледника, однако основные причины резких колебаний $f(h_c)$, к сожалению, изучены недостаточно.

В связи с этим в расчетах таяния льда под мореной различной толщины использовались [89, 208, 209, 210] обобщенные эмпирические зависимости $f(h_c)$.

Проанализируем в общем виде возможные варианты аналитического представления $f(h_c)$, принимая во внимание экспериментальные оценки относительной интенсивности таяния льда под мореной, в соответствии с которыми функция (2.76) имеет максимум при $h_c > 0$ и две характерные точки, где $f(h_c) = 1$. Одна из этих точек представляет собой показатель относительной интенсивности таяния льда в отсутствии морены, другая объясняется полным усвоением в слое h_c дополнительного тепла, поглощенного поверхностью морены вследствие уменьшения альбеда.

В расчетах интенсивности таяния под мореной толщины h_c удобнее использовать такую форму зависимости (2.76), которая при $h_c = 0$ дает относительное значение таяния льда, свободного от моренного покрова. Для решения этой задачи рассмотрим потоки тепла, поступающие за день на поверхность чистого льда $P_{\text{л}}$, поверхность морены $P_c(0)$ и на поверхность раздела морена—лед $P(h_c)$ при $h_c > 0$.

Предположим, что процесс поглощения тепла, поступающего на поверхность морены, в слое толщиной h_c может быть описан простейшим дифференциальным уравнением

$$\frac{dP_c}{dh_c} = -\beta P_c, \quad (2.77)$$

$$P_c = P_c(0) - P(h_c). \quad (2.78)$$

После интегрирования (2.77) получим

$$P(h_c) = P_c(0) e^{-\beta h_c} \quad (2.79)$$

Таблица 2.10

Ослабление таяния льда $f(h_c)$ в условиях Средней Азии под моренным покровом различной толщины (в процентах от таяния открытой поверхности ледника)

Месяц	Декада	Толщина моренного покрова, см									
		5		10		20		30		50	
		предел	среднее	предел	среднее	предел	среднее	предел	среднее	предел	среднее
Июль	I	69		41		26		16			
	II	61—72	66	33—42	38	18—28	23	16			
	III	57—88	72	33—74	49	24—50	34	12—19	16	15	
За месяц			70		44		29		16		
Август	I	48—94	64	35—93	50	17—82	33	16—21	18	6—14	11
	II	52—93	72	38—85	67	22—44	36	16—36	28	30	
	III	51—88	67	35—60	48	21—63	37	11—32	21	15	
За месяц			67		53		35		22		16
Сентябрь	I	51—83	67	38		21—53	37	13			
	II	43		30		21		10			
	III	40—42	41	17—27	22	4—13	8	0—7	4		
За месяц			52		28		22		8		
За июль—сентябрь			68		49		34		22		16

Примечания: 1) Результаты измерений таяния под моренным покровом относятся к интервалу высот 3000—3400 м. В таблице приведены данные наблюдений [112, 162, 173, 188, 203, 211, 233] на ледниках Медвежий, Центральном Туюксу, Райгородского, Красовского, Аютор-2, Голубина, Федченко, Сатпаева, Аксу Восточном, Скогач (данные ТаджУГКС).

2) При определении сводных за июль—сентябрь значений $f(h_c)$ учтены также данные, которые не были использованы для расчета средних месячных значений $f(h_c)$.

или, разделив обе части (2.80) на $P_c(0)$ и ограничившись первыми двумя членами разложения $e^{-\beta h_c}$ в степенной ряд,

$$\frac{P(h_c)}{P_c(0)} \approx \frac{1}{1 + \beta h_c}, \quad (2.80)$$

где β — коэффициент поглощения.

Как видно, формула (2.79) и ее приближенный вариант (2.80) характеризуют экспоненциальное убывание потока тепла, приходящего при $h_c > 0$ на границу раздела морена—лед, относительно потока, поступающего на поверхность морены.

Соотношение между потоками тепла $P_{\text{л}}$ и $P_c(0)$ можно записать в виде

$$P_c(0) = P_{\text{л}} + \Delta P, \quad (2.81)$$

где ΔP обусловлено увеличением поглощенной радиации в связи с изменением альбеда поверхности. Тогда в зависимости от того,

какой поток в (2.79) принять как исходный, заменяющие (2.79) приближенные формулы представим следующим образом:

$$\frac{P(h_c)}{P_{\text{л}}} = \frac{1 + \frac{\Delta P}{P_{\text{л}}}}{1 + \beta h_c} \quad (2.82)$$

или

$$\frac{P(h_c)}{P_c(0)} = \frac{1 - \frac{\Delta P}{P_c(0)}}{1 + \beta h_c} \quad (2.83)$$

Хотя каждый из этих вариантов пригоден для оценки поглощающей способности морены относительно $P_{\text{л}}$ или $P_c(0)$, оба они неудобны в расчетах таяния, поскольку при $h_c=0$ правая часть отношений (2.82) и (2.83) не равна единице.

Для расчетов таяния льда под мореной целесообразно использовать формулу (2.82), которую необходимо преобразовать так, чтобы она удовлетворяла заданным ранее условиям.

Очевидно, что выполнение условий $f(h_c)=1$ при $h_c=0$ и $f(h_c)=\text{тах}$ при $h_c>0$ возможно, если аргумент уравнения (2.82) представить в виде

$$\xi = (h_c - h_0)^2, \quad (2.84)$$

где h_0 — некоторый параметр, имеющий размерность длины. Замена h_c степенным выражением необходима, чтобы сохранить положительный знак произведения в знаменателе формулы (2.82) при $h_c < h_0$.

Таким образом, вместо (2.82) предлагается выражение

$$\frac{P(h_c)}{P_{\text{л}}} = \frac{1 + \frac{\Delta P}{P_{\text{л}}}}{1 + \beta_1 (h_c - h_0)^2}, \quad (2.85)$$

откуда, используя условие $f(h_c)=1$ при $h_c=0$, находим

$$h_0 = \sqrt{\frac{\Delta P}{\beta_1 P_{\text{л}}}}. \quad (2.86)$$

Из (2.86) следует, что параметр h_0 обеспечивает приведение $P_c(0)$ к $P_{\text{л}}$ и устраняет отмеченное выше, нежелательное для расчетов таяния, свойство формулы (2.82) при $h_c=0$.

Исследование $f(h_c)$ в форме (2.85) показывает, что эта функция имеет максимум при $h_c=h_0$ и две характерные точки, в которых при $h_c=0$ и $h_c=2h_0$, $f(h_c)=1$. Следовательно, предлагаемая формула (2.85) удовлетворяет всем условиям, необходимым для корректного расчета таяния льда под мореной с помощью зависимости (2.75), если в (2.85), как это обычно делается, потоки тепла $P(h_c)$ и $P_{\text{л}}$ заменить величинами $M(h_c)$ и M , т. е.

$$\frac{M(h_c)}{M} = \frac{1 + \frac{\Delta P}{c_* M}}{1 + \beta_1 (h_c - h_0)^2}, \quad (2.87)$$

где c_* — удельная теплота фазового перехода.

Для приближенной оценки $\frac{\Delta P}{c_* M}$ используем предположение $\Delta P = \Delta B_{\text{к}}$, где

$$\Delta B_{\text{к}} = B_{\text{км}} - B_{\text{кл}} \quad (2.88)$$

— разница в значениях поглощенной радиации на поверхностях морены и льда. Представим $\Delta B_{\text{к}}$ в виде

$$\Delta B_{\text{к}} = Q_{\odot} (1 - A_{\text{км}}) - Q_{\odot} (1 - A_{\text{кл}}) = Q_{\odot} (A_{\text{кл}} - A_{\text{км}}), \quad (2.89)$$

где $Q_{\odot}$ — суммарная радиация; $A_{\text{км}}$ — альbedo морены; $A_{\text{кл}}$ — альbedo льда. Из (2.89) и (2.82) следует

$$\frac{B_{\text{км}}}{B_{\text{кл}}} = 1 + \frac{Q_{\odot} (A_{\text{кл}} - A_{\text{км}})}{Q_{\odot} (1 - A_{\text{кл}})} = \frac{1 - A_{\text{км}}}{1 - A_{\text{кл}}} \quad (2.90)$$

или

$$B_{\text{км}} = B_{\text{кл}} \frac{1 - A_{\text{км}}}{1 - A_{\text{кл}}}.$$

Безразмерное отношение (2.90), представляющее коэффициент увеличения поглощенной радиации, было введено в [102, 110] при рассмотрении вопросов искусственного воздействия на таяние ледников.

Таким образом, вместо (2.88) напомним

$$\Delta B_{\text{к}} = B_{\text{кл}} \left(\frac{1 - A_{\text{км}}}{1 - A_{\text{кл}}} - 1 \right) \quad (2.91)$$

и подставим это выражение в (2.87), тогда

$$\frac{M(h_c)}{M} = \frac{1 + \frac{B_{\text{кл}}}{c_* M} \left(\frac{1 - A_{\text{км}}}{1 - A_{\text{кл}}} - 1 \right)}{1 + \beta_1 (h_c - h_0)^2}. \quad (2.92)$$

Используя численные характеристики $\frac{B_{\text{кл}}}{c_* M} = 0,80$; $A_{\text{км}} = 0,12$; $A_{\text{кл}} = 0,38$, полученные в предыдущих разделах работы и в [105, 109, 110], приведем формулу (2.92) к виду

$$\frac{M(h_c)}{M} = \frac{K_c}{1 + \beta_1 (h_c - h_0)^2}, \quad (2.93)$$

где $K_c = 1,34$, а значения β_1 и h_0 можно установить по экспериментальным измерениям $M(h_c)$, M и уравнению (2.86).

В общем случае задачу о расчете таяния под мореной следует рассматривать относительно любого из типов поверхности, встречающейся на леднике. Тогда достаточно очевидно, что величина K_c в формуле (2.93) должна варьировать в зависимости от значений альbedo естественной поверхности $A_{\text{к}}$, относительно которой определена функция $M(h_c)$. Поскольку эта поверхность может представлять собой лед, фирн или снег с широким диапазоном альbedo для каждого из типов [105, 109, 110], в расчетах таяния под мореной следует учитывать зависимость $K_c = f(A_{\text{к}})$, которую

иллюстрирует рис. 2.4. Эта зависимость установлена путем подстановки в выражение

$$K_c = 1 + \frac{B_K}{c_* M} \left(\frac{1 - A_{KM}}{1 - A_L} - 1 \right) \quad (2.94)$$

средних значений A_K снега, фирна и льда, полученных автором ранее в работах [105, 109, 110].

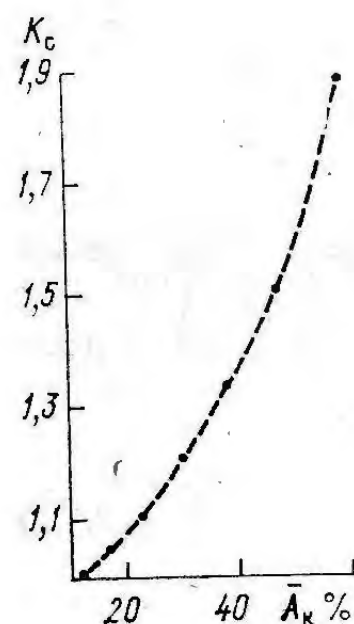


Рис. 2.4. Зависимость коэффициента K_c в формуле (2.101) от средних значений альбедо A_K снега, фирна и льда. Значения альбедо заданы в соответствии с классификацией A_K в работе [112].

Методом наименьших квадратов зависимость $K_c = f(A_K)$ аппроксимирована в виде

$$K_c = 0,97 + 0,000145 A_K^{2,18} \quad (2.95)$$

Подставив (2.95) в (2.93), получим формулу

$$M(h_c) = M \frac{0,97 + 0,000145 A_K^{2,18}}{1 + \beta_1 (h_c - h_0)^2} \quad (2.96)$$

для расчетов таяния под мореной в зависимости от толщины слоя h_c и интенсивности таяния M на свободной от моренного покрова поверхности снега, фирна или льда с альбедо A_K . Значения A_K в (2.96) задаем в соответствии с классификацией альбедо в [110].

Если построить графики функции (2.93) для нескольких значений A_K , то получающееся при этом семейство кривых отличается

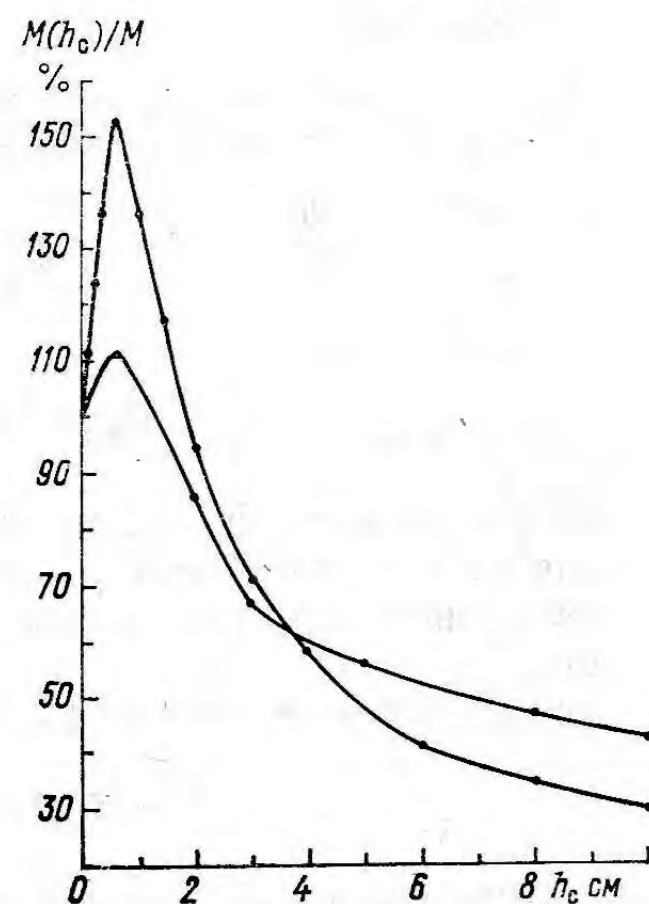


Рис. 2.5. Эмпирические кривые относительной интенсивности таяния льда под мореной различной толщины, лежащей на поверхности снега (1) и льда (2).

Графики построены по данным [89, 112, 233, 280].

положением максимума $M(h_c)$ и скоростью изменения функции в его окрестности. Анализ такого рисунка интересен и полезен тем, что, во-первых, объясняет разброс точек на эмпирических графиках $f(h_c)$ и, во-вторых, позволяет выбрать оптимальный вариант запыления ледника для численного моделирования искусственного воздействия на таяние.

В качестве примера графиков функций $f(h_c)$ приведен рис. 2.5, где по данным [88, 110, 225, 273] построены эмпирические кривые относительной интенсивности таяния под мореной, лежащей на поверхности снега и льда. По этим графикам нетрудно определить значение h_0 для каждой из функций и найти коэффициент β_1 в формуле (2.93) при условии $h_c = 2h_0$ и $f(h_c) = 1$, тогда

$$\beta_1 = \frac{K_c - 1}{h_0^2} \quad (2.97)$$

При A_K для снега 76 % $\beta_1 = 6,0 \text{ см}^{-2}$, а для льда при $A_K = 30$ % $\beta_1 = 0,58 \text{ см}^{-2}$.

Что касается необходимых для расчета $M(h_c)$ массовых сведений о распределении среднего слоя морены $h_c(z)$ по поверхности ледника, то такие данные в настоящее время отсутствуют и вряд ли будут получены в дальнейшем путем непосредственных измерений.

Для косвенной оценки вида функции $h_c(z)$ используем предложенное Г. Е. Глазыриным [32] уравнение изменения массы морены вдоль ледника

$$\frac{dm}{dz} = - \frac{\Phi_m B(z)}{v_{гЛ} \sin \alpha} \quad (2.98)$$

где $B(z)$ — баланс аккумуляции и абляции льда; Φ_m — коэффициент, характеризующий среднее многолетнее поступление морены на ледник извне; $v_{гЛ}$ и α — соответственно скорость движения ледника и его уклон также на высоте z .

Учитывая принятый в настоящей работе способ определения площади моренного покрова на «средних ледниках» и полагая не очень значительным ($\leq 0,1-0,2 \text{ км}$) превышение $Z_{вгм}$ над нижним концом ледника, примем для интервала высот $\Delta Z_c = Z_{вгм} - Z_K$ осредненные значения B , $v_{гЛ}$ и α . Тогда вместо правой части формулы (2.98) напомним

$$\frac{\Phi_m \bar{B}}{v_{гЛ} \sin \alpha} = \chi_c = \text{const} \quad (2.99)$$

и, интегрируя по z упрощенный вариант уравнения (2.98)

$$\frac{dm}{dz} = -\chi_c \quad (2.100)$$

получим

$$m(z) = m(z_0) - \chi_c (z - z_1) \quad (2.101)$$

где $z_1 = Z_K$, а $z \in \Delta Z_c$. Из очевидного условия $m(z) = 0$ при $z = Z_{ВГМ}$ найдем

$$\chi_c = \frac{m(Z_K)}{Z_{ВГМ} - Z_K} \quad (2.102)$$

и подставим это выражение в (2.101), тогда

$$m(z) = m(Z_K) - \frac{m(Z_K)}{Z_{ВГМ} - Z_K} (z - Z_K), \quad (2.103)$$

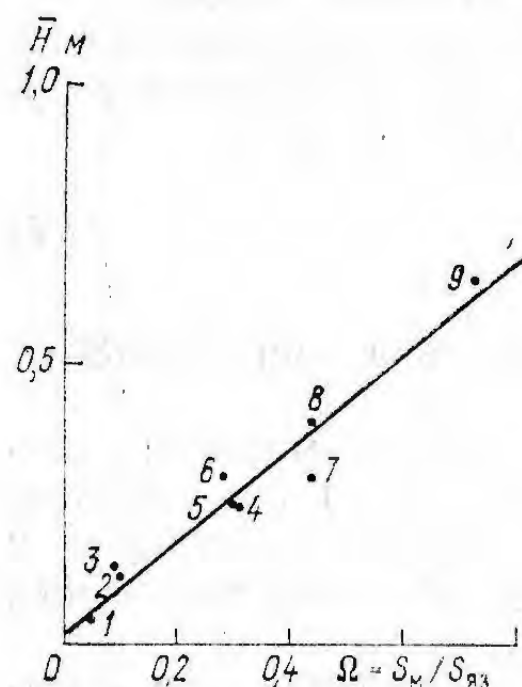


Рис. 2.6. Зависимость среднего слоя морены на конце ледника от относительной площади моренного покрова ($\Omega = S_m / S_{яз}$) по измерениям автора и данным [59, 97, 111, 185, 186] на ледниках: 1 — Пахтакор, 2 — Аманауз, 3 — Аютор-2, 4 — Медвежий, 5 — Иньльчек, 6 — Федченко, 7 — Шхельды, 8 — Карабаткак, 9 — Бивачный.

что после деления обеих частей на плотность морены дает искомую функцию распределения средней толщины морены в зависимости от абсолютной высоты поверхности ледника

$$h_c(z) = H_c(Z_K) - \frac{H_c(Z_K)}{Z_{ВГМ} - Z_K} (z - Z_K), \quad (2.104)$$

которую можно записать также в виде

$$h_c(z) = H_c(Z_K) - \frac{H_c(Z_K)}{\Delta Z_c} \Delta z, \quad (2.105)$$

если принять, что Δz — превышение над нижним концом ледника.

Для расчета $h_c(z)$ по формуле (2.105) необходимы данные о $H_c(Z_K)$ на «средних ледниках». В настоящей работе приближенное решение этого вопроса основано на зависимости $H_c(Z_K) = f(\Omega)$, где Ω — отношение площадей сплошного моренного покрова и области абляции. Вид зависимости $H_c(Z_K) = f(\Omega)$, построенной по измерениям автора и данным других исследователей, иллюстрирует рис. 2.6.

При подготовке исходных данных для расчета суммарного таяния ледников (см) в качестве аппроксимации полученной связи применяется эмпирическая формула

$$H_c(Z_K) = 80\Omega + 2,9. \quad (2.106)$$

После того как найден способ определения $H_c(Z_K)$, вычисление среднего слоя морены $\bar{h}_c(\Delta z)$ в интервале высот $\Delta z = z - Z_K$

трудностей не представляет и, учитывая линейный вид функции $h_c(z)$, выполняется по формуле

$$\bar{h}_c(\Delta z) = \frac{H_c(Z_K) + \left[H_c(Z_K) - \frac{H_c(Z_K)}{\Delta Z_c} \Delta z \right]}{2} = \frac{H_c(Z_K) 2 (\Delta Z_c - \Delta z)}{2 \Delta Z_c}, \quad (2.107)$$

где $\Delta z \leq \Delta Z_c$ — некоторая высота в пределах площади сплошного моренного покрова на «средних ледниках».

Более детальный анализ вида зависимостей $h_c(z, t)$ может быть выполнен для отдельных ледников, где получены соответствующие экспериментальные данные или аналитические выражения функций $B(z, t)$, $v_{г\lambda}(z, t)$ и др. В частности, пример описания $h_c(z, t)$ для ледника Колка на основе конечно-разностной аппроксимации решения одномерного уравнения неразрывности, осложненного источником, изложен в работе В. Г. Ходакова [209, 210]. Как и следовало ожидать, зависимости $h_c(z, t)$ оказываются нелинейными. Однако, судя по графикам $h_c(z, t)$ в работе [209, 210] и учитывая стохастический характер использованных В. Г. Ходаковым функций $M(z)$ и $v_{г\lambda}(z)$, зависимости $h_c(z, t)$ для ледника Колка в интервале от 10 до 40 лет вполне удовлетворительно могут быть описаны линейными формулами.

Таким образом, вместо использования сложных и требующих большого количества информации способов оценки $h_c(z, t)$ достаточно по крайней мере через 10 лет уточнить единственный морфометрический параметр моренного покрова $\Omega = S_{лм} / S_{яз}$, необходимый для расчета $h_c(\Delta z)$ по формулам (2.105) — (2.107). Учитывая интенсивное развитие аэрокосмических методов измерения, решение этой задачи представляется несомненно осуществимым.

Выводы

1. Отсутствие исходной информации, необходимой для применения полного уравнения теплового баланса, приводит всех авторов к необходимости использования в расчетах интенсивности таяния сокращенных вариантов этого уравнения.

Даже в сокращенном виде уравнение теплового баланса содержит большое количество эмпирических коэффициентов. Для массовых региональных расчетов интенсивности таяния на основе уравнения теплового баланса необходимы методы пространственно-временной экстраполяции этих коэффициентов. В большинстве случаев удовлетворительное решение данного вопроса в настоящее время отсутствует. Кроме того, широкому использованию уравнения теплового баланса для определения интенсивности таяния снега и льда препятствует отсутствие методов экстраполяции скорости ветра в высокогорных условиях.

2. Широкое применение изложенной в 1-й главе модели процесса суммарного таяния ледников и ледникового стока в бассей-

нах рек Средней Азии обеспечивают полученные автором локальные и региональные формулы интенсивности таяния снега и льда. Основой для оптимизации состава и количества аргументов в этих формулах является уравнение множественной регрессии, в котором таяние выражено как стохастическая функция радиационного баланса или поглощенной радиации, температуры воздуха, общей облачности, абсолютной и относительной влажности воздуха.

3. Аргументами оптимальных эмпирических формул для массовых расчетов интенсивности таяния ледников Средней Азии являются поглощенная солнечная радиация и температура воздуха (при условии их осреднения не менее чем за декаду). Наличие B_k в составе двухфакторных локальных и региональной формулы, как правило, существенно (в 1,3—1,5 раза) увеличивает объяснимую долю дисперсии функции, позволяет выполнить расчет таяния с учетом ориентации и уклона поверхности и, следовательно, получать наилучшее приближение к естественным условиям.

4. В результате проверки установлено, что полученные автором двухфакторные локальные и региональная формулы $M(B_k, \Theta)$ обеспечивают такое же или лучшее качество расчета интенсивности таяния снега и льда, как и варианты уравнения теплового баланса таяния, предложенные Ю. М. Денисовым [48, 55]. При этом в формулах автора используется существенно меньше исходной информации и экстраполяционных зависимостей.

Проверка на независимом материале показала устойчивость параметров эмпирических уравнений, а также приемлемость региональной двухфакторной формулы автора $M(B_k, \Theta)$ для расчетов интенсивности таяния на ледниках Кавказа. Статистическая надежность параметров в формулах интенсивности таяния обусловлена весьма представительным составом выборок исходных данных для многофакторного регрессионного анализа, которые включали более 2500 результатов измерений таяния и метеорологических элементов на 26 ледниках, расположенных в бассейнах рек Заилийского, Таласского, Кунгея и Терская Алатау, хребтов Киргизского, Пскемского, Угамского, Зеравшанского, Гиссарского, Алайского, Заалайского, Дарвазского и Академии Наук.

5. Наряду с локальными и региональными эмпирическими формулами для расчетов интенсивности таяния может быть использован предложенный в работе вариант уравнения теплового баланса. Он включает поглощенную радиацию B_k и некоторый параметр, полученный путем свертки остальных, кроме B_k , членов полного уравнения теплового баланса.

6. Полученная автором универсальная функция ослабления таяния в зависимости от толщины сплошной морены h_c и альbedo поверхности ледника имеет максимум при $h_c > 0$ и две характерные точки, где $f(h_c) = 1$. Функция $f(h_c)$ возрастает от единицы при $h_c = 0$ до максимума, затем асимптотически убывает по мере увеличения толщины морены. Скорость изменения $f(h_c)$ при $0 \leq h_c \leq 10$ см зависит от альbedo поверхности ледника, свободной от сплошной морены.

7. Средняя толщина моренного покрова на концах ледников Средней Азии и Кавказа является линейной функцией отношения площади морены к площади языка ледника.

Если площадь морены на леднике находится в пределах 200-метровой высотной зоны, распределение толщины морены в зависимости от высоты местности является убывающей линейной функцией. Нижний предел этой функции равен нулю, а верхний — средней толщине морены на конце ледника.

Глава 3

Сезонная снеговая граница и внутригодовой режим аккумуляции и таяния на ледниках

3.1. Реконструкция и прогноз максимальной высоты снеговой границы на ледниках

Сведения о движении сезонной снеговой границы по поверхности ледников и в особенности о ее максимальной высоте $Z_{\max}$ в конце абляционного периода являются весьма содержательным гляциологическим показателем. Как видно из табл. 3.1 и 3.2, коэффициент корреляции линейной зависимости между максимальной высотой снеговой границы и годовым балансом (v) аккумуляции и абляции почти равен единице. Достаточно высока также ($r = 0,70 + 0,95$) теснота связи между $Z_{\max}$ и годовой абляцией. Большое практическое значение имеют зависимости (см. например, [119, 156, 165, 238, 260] между $Z_{\max}$ и ледниковым стоком.

Таким образом, наличие тесных зависимостей между основными элементами водно-ледового баланса ледника и легко определяемой характеристикой $Z_{\max}$ существенно упрощает режимные гляциологические расчеты. Покажем это на примере зависимости

Таблица 3.1

Теснота зависимости между максимальной высотой снеговой границы на ледниках $Z_{\max}$ и годовым балансом аккумуляции и абляции

Ледник	Коэффициент корреляции	Ледник	Коэффициент корреляции
Уайтглетчер	—0,97	Силвретта	—0,98
Девон Айс Кап	—0,98	Южный Каскадный	—0,88
Гулкана	—0,95	Лиммерглетчер	—0,91
Вулверин	—0,98		

Примечание. Определено автором по данным, опубликованным в [248, 249, 263, 264, 274, 275].

Коэффициенты взаимной корреляции между максимальной высотой снеговой границы на ледниках ($Z_{\max}$), составляющими годового баланса ледников, индексами баланса и его компонентов

Функция	Аргумент	Ледник									
		Хинтерайсфернер	Стур	Центральный Туюксу	Абрамова	Джанкуат	Сентинел	Рэм Ривер	Пейто	Клариденфирн	Алечский
$Z_{\max}$	B	-0,97	-0,91	-0,87	-0,90	-0,97	-0,95	-0,98	-0,99		
	Ak	-0,88	-0,62	-0,43	-0,50	-0,55	-0,68	-0,69	-0,61		
	Ab	-0,95	-0,73	-0,84	-0,86	-0,92	-0,67	-0,81	-0,90		
	I_B	-0,83	-0,83	-0,83	-0,88	-0,96					
	I_{Ak}	-0,82	-0,62	-0,76	-0,91	-0,66					
	I_{Ab}	0,63	0,81	0,62	0,65	0,93					
B	Ak	0,95	0,59	0,65	0,69	0,54	0,74	0,67	0,63		
	Ab	0,95	0,85	0,84	0,93	0,95	0,68	0,88	0,90		
	I_B	0,86	0,89	0,83	0,88	0,93				0,82	0,96
	I_{Ak}	0,83	0,57	0,81	0,84	0,56				0,84	0,82
	I_{Ab}	-0,69	-0,90	-0,55	-0,90	-0,97				-0,64	-0,83

Функция	Аргумент	Ледник									
		Хинтерайсфернер	Стур	Центральный Туюксу	Абрамова	Джанкуат	Сентинел	Рэм Ривер	Пейто	Клариденфирн	Алечский
Ak	Ab	0,82	-0,06	-0,13	0,28	0,27	0,01	0,39	0,22		
	I_B	0,76	0,80	0,45	0,37	0,50					
	I_{Ak}	0,73	0,70	0,56	0,42	0,97					
	I_{Ab}	0,61	-0,26	-0,10	-0,15	-0,33					
Ab	I_B	0,87	-0,56	-0,72	0,85	0,90					
	I_{Ak}	0,82	0,50	0,61	0,80	0,25					
	I_{Ab}	-0,74	0,92	0,60	-0,93	-0,95					
I_B	I_{Ak}	0,80	0,80	0,90	0,98	0,80				0,78	0,80
	I_{Ab}	-0,81	-0,80	-0,72	-0,78	-0,90				-0,93	-0,80
I_{Ak}	I_{Ab}	-0,52	-0,26	-0,37	-0,69	-0,24				-0,49	-0,36

Примечание. $B = Ak - Ab$ — годовой баланс, Ak — объем аккумуляции, Ab — объем абляции, I_B — индекс баланса ($I_B = I_{Ak} - I_{Ab}$), I_{Ak} — индекс аккумуляции, I_{Ab} — индекс абляции. Определено автором, по материалам, опубликованным в [39, 42, 155, 156, 165, 224, 248, 249, 263, 264, 274, 275].

$Z_{\text{макс}} = f(B)$, общим аналитическим видом которой является линейное уравнение

$$Z_{\text{макс}} = a_z B + b_z, \quad (3.1)$$

где a_z и b_z — локальные или региональные эмпирические коэффициенты.

Подставив в (3.1) вместо годового баланса ледника B разность годовых значений аккумуляции Ak и абляции Ab , получим

$$Z_{\text{макс}} = a_z (Ak - Ab) + b_z, \quad (3.2)$$

откуда следует, что

$$Ak = \left(\frac{Z_{\text{макс}} - b_z}{a_z} \right) + Ab, \quad (3.3)$$

т. е. сложные и трудоемкие определения суммарной аккумуляции на леднике заменены более простыми измерениями или расчетами $Z_{\text{макс}}$ и суммарной абляции.

Весьма велико значение зависимостей типа (3.1) и (3.3) в расчетах внутригодового и многолетнего режима таяния и ледникового стока для гляциальных областей и их отдельных районов, где невозможны прямые оценки годовой аккумуляции и ее распределения по ледникам. Единственный практически приемлемый способ, хотя и косвенной, но надежной оценки Ak и $Ak(z)$ заключается в использовании замечательного свойства $Z_{\text{макс}}$, которая ежегодно маркирует площадь ледника, где зимние и летние твердые осадки стаивают полностью.

Непосредственное построение и использование уравнений типа (3.1) для локальных или региональных определений $Z_{\text{макс}}$ и $Ak(z)$ в гляциальных областях требует прямых измерений B , которые должны были бы выполняться на сотнях и тысячах ледников в пределах отдельных речных бассейнов. Естественно, такой путь совершенно нереален.

В связи с этим было предложено [112, 113] недоступный для массовых расчетов режима ледника аргумент зависимости $Z_{\text{макс}} = f(B)$ заменить его индексом, который, во-первых, имеет очевидную генетическую связь с годовым балансом ледника (B), во-вторых, легко может быть рассчитан по данным метеорологических станций.

Таким образом, вместо $Z_{\text{макс}} = f(B)$ запишем

$$Z_{\text{макс}} = f(I_B), \quad (3.4)$$

$$I_B = \frac{q_i - \bar{q}}{\bar{q}} - \frac{\Theta_i - \bar{\Theta}}{\bar{\Theta}}, \quad (3.5)$$

$$\bar{q} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N q_i, \quad (3.6)$$

$$\bar{\Theta}_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Theta_i. \quad (3.7)$$

Условные обозначения в (3.4) — (3.7) следующие: I_B — индекс годового баланса ледника; q_i — сумма осадков на метеорологической станции в конкретном бассейне реки за период зимне-весенней аккумуляции (например, октябрь—май) в i -том году, N — длина временного ряда, Θ_i — средняя температура воздуха за период летней абляции (июнь—сентябрь) на той же метеорологической станции в i -ом году.

Периоды суммирования осадков и температуры воздуха должны соответствовать характерной продолжительности периодов зимней аккумуляции и летней абляции в конкретной гляциальной области. Как видно, безразмерная аномалия $I_q = (q_i - \bar{q})/\bar{q}$ осадков в i -том году является индикатором аккумуляции, а $I_\Theta = (\Theta_i - \bar{\Theta})/\bar{\Theta}$ — индикатором абляции. Тогда их безразмерная разность

$$I_B = I_q - I_\Theta \quad (3.8)$$

приобретает смысл относительной оценки годового баланса отдельного ледника или района гляциальной области.

В состав индекса баланса I_B могут входить также в виде безразмерных аномалий, другие метеорологические элементы, уточняющие или дополняющие относительные характеристики основных статей баланса вещества гляциальной области. К числу таких элементов следует отнести облачность, абсолютную и относительную влажность воздуха. Несомненно, полезным было бы включение в состав I_B суммарной радиации и показателя прозрачности атмосферы, однако количество пунктов измерений солнечной радиации, действующих в горах Средней Азии, представляет для этой цели весьма ограниченные возможности.

Целесообразно также не только расширение состава индекса баланса, но и более глубокий анализ некоторых его компонентов, например, отдельное рассмотрение аккумуляции снега в общем количестве атмосферных осадков.

Аналитический вид зависимости $Z_{\text{макс}} = f(I_B)$ для конкретного ледника или группы ледников обусловлен априорно неизвестными локальными особенностями климата и рельефа гляциальной зоны, поэтому уравнение (3.4) необходимо получить в форме, заранее исключающей эти особенности.

Эта задача решается путем ранжирования исходных переменных, вычисления вероятности превышения $P(X > x)$ в зависимости от ранговых номеров упорядоченных величин и определения для каждого i -того значения квантиля $u = F(P_i)$ выбранной стандартной функции распределения.

В частности, выравнивание монотонных нелинейных корреляционных связей производится путем нормализации переменных. Выполнив над составляющими формулы (3.4) процедуру нормализации, общие принципы которой детально описаны в работе [7], получим последовательно

$$P_i(Z_{\text{макс}}) = f[P_i(I_B)] \quad (3.9)$$

$$F[P_i(Z_{\max})] = f[F(P_i(I_B))]. \quad (3.10)$$

Приведение уравнения (3.4) к формулам (3.9) и (3.10) имеет решающее значение для реконструкции $Z_{\max}$ в гляциальных областях Средней Азии за период наличия там же данных об осадках и температуре воздуха, поскольку зависимости (3.9) и (3.10) всегда линейны и при отсутствии случайных ошибок повторяющихся величин аргумента и функции и коэффициента корреляции для (3.9) порядка 0,90 и выше почти не отличаются от биссектрисы координатного угла.

Этот вывод следует из формулы ранговой линейной регрессии, полученной Г. А. Алексеевым [7]:

$$\tilde{P}_y = \bar{P}_y + r_{P_y P_x} (P_x - \bar{P}_x), \quad (3.11)$$

где для переменных P_x и P_y , которые после ранжирования распределены равномерно в интервале $0 \leq P_i \leq 1$, $\bar{P}_x = \bar{P}_y = P_j$

$$\bar{P}_j = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N P_{ji} = \int_0^1 P dp = 0,5 \quad (3.12)$$

и

$$\tilde{P}_y = 0,5 + r_{P_x P_y} (P_x - 0,5), \quad (3.13)$$

где $r_{P_x P_y}$ — коэффициент линейной ранговой корреляции.

Столь же очевидно равенство квантилей u_x и u_y в случае нормализованной регрессии (3.10), когда $\bar{u}_x = \bar{u}_y = 0$, а коэффициент корреляции $> 0,90$:

$$\tilde{u}_y = r_{u_x u_y} u_x; \quad (3.14)$$

здесь $r_{u_x u_y}$ — коэффициент линейной корреляции для нормализованных переменных. В работе [7] показано, что несмотря на различия регрессионных функций (3.13) и (3.14) коэффициенты корреляции этих уравнений практически равны друг другу.

Из уравнений (3.13) — (3.14) следует, что при $r_{P_{I_B} P_{Z_{\max}}} = 1$ $P_{Z_{\max}} \cong P_{I_B}$, а при $0,90 \leq r_{P_{I_B} P_{Z_{\max}}} \leq 1$ $P_{Z_{\max}} = P_{I_B}$. Таким образом, теснота зависимости (3.10) порядка $0,80 \div 0,95$ обеспечивает достаточно надежное определение $\Phi(\bar{u}_{Z_{\max}})$ — вероятности превышения квантиля нормальной интегральной функции распределения $Z_{\max}$.

В табл. 3.2 приведены полученные автором путем обработки непосредственных измерений на ледниках СССР, Австрии, Канады, Швеции, Швейцарии коэффициенты взаимной линейной корреляции для $Z_{\max}$, баланса, индекса баланса и его компонентов — индексов аккумуляции и абляции. Эти данные не оставляют

сомнений в том, что безразмерный индекс баланса аккумуляции и абляции (таяния) и его компоненты, определяемые по наблюдениям внеледниковых метеорологических станций, являются простыми, удобными и вполне обоснованными относительными характеристиками важнейших показателей (B , $Z_{\max}$, Ak , Ab) режима гляциальных областей.

Используя указанное свойство I_B и вычислив по имеющемуся ряду $P(I_B)$, мы тем самым сразу же получаем ориентировочную оценку $P(Z_{\max})$. Теперь для того чтобы перейти от $P(Z_{\max})$ или «выборочной обеспеченности $Z_{\max}$ » к абсолютной максимальной высоте снеговой границы в i -том году, необходимо знать $\Delta Z = \sup(Z_{\max}) - \inf(Z_{\max})$ — вероятный предел варьирования $Z_{\max}$ за многолетний период.

Полагая, что значения ΔZ известно, $Z_{\max}$ в i -том году определяем по формуле

$$\tilde{Z}_{\max} = \inf(Z_{\max}) + \Delta Z P_i(I_B) \quad (3.15)$$

или

$$\tilde{Z}_{\max} = \sup(Z_{\max}) - \Delta Z [1 - P_i(I_B)], \quad (3.16)$$

где $\inf(Z_{\max})$ и $\sup(Z_{\max})$ — соответственно самое низкое и самое высокое положение $Z_{\max}$ на леднике, $P_i(I_B)$ — выборочная обеспеченность индекса баланса в i -том году.

Надежность восстановления ряда $Z_{\max}$ за прошедший период в N лет по имеющимся рядам q и Θ , естественно, зависит от того, насколько обоснованно назначено или получено значение ΔZ . Для этого необходимы всего два наблюдения над $Z_{\max}$, но только в экстремальные годы по условиям накопления и расходования осадков.

Анализ материалов аэровизуальных наблюдений за снеговой границей в конце периода абляции, данных экспедиционных и стационарных гляциологических работ на территории Средней Азии в годы различные по условиям накопления осадков показал, что гипотеза о совпадении генеральных экстремумов $Z_{\max}$ с отметками начала и конца ледников хорошо согласуется с фактическими данными для глетчеров с наиболее часто встречающимися размерами площади: от 1 до 3 км².

Случай полного освобождения поверхности ледников от сезонного снега (т. е. $Z_{\max} \geq Z_n$) отмечены неоднократно в самых различных климатических условиях и для широкого диапазона морфологических типов оледенения. Например, ледники Федченко, Иныльчек, Зеравшанский, Абрамова, ледники в бассейнах рек Пскем, Чу и др. Даже на северном склоне хр. Зайлийский Ала-тау, где для внутригодового распределения осадков в гляциальной области характерны интенсивные летние снегопады, сотрудниками сектора Географии АН КазССР отмечен случай полного освобождения Центрального Туюксу́йского ледника от сезонного снега [186]. Реализация условия $Z_{\max} \leq Z_n$ в годы с максимальной

аккумуляцией для крупных и дендритовых ледников пока не подтверждалась.

Из этого следует, что предположение о совпадении в условиях оледенения Средней Азии генеральных экстремумов $Z_{\text{макс}}$ с высотами начала и конца ледников вполне согласуется с фактическими данными.

Тогда заменим в формулах (3.15) и (3.16) $\inf(Z_{\text{макс}})$ на $Z_{\text{к}}$ — высоту конца ледника, а $\sup(Z_{\text{макс}})$ на высоту начала ледника — $Z_{\text{н}}$. Соответственно для относительного диапазона варьирования $Z_{\text{макс}}$ в течение многолетнего периода получим $\Delta Z = Z_{\text{н}} - Z_{\text{к}}$.

В результате для реконструкции многолетнего ряда $Z_{\text{макс}}$ на основе данных Каталога ледников и наблюдений метеорологических станций имеем

$$\tilde{Z}_{\text{макс}} = Z_{\text{к}} + \Delta Z P_i(I_B) \quad (3.17)$$

или

$$\tilde{Z}_{\text{макс}} = Z_{\text{н}} - \Delta Z [1 - P_i(I_B)]. \quad (3.18)$$

Определение $P(I_B)$ и соответственно $P(Z_{\text{макс}})$ в зависимости от ранговых номеров упорядоченного ряда I_B приводит к тому, что добавление очередного года в выборке изменяет количественные оценки всей ранее вычисленной цепочки $P(I_B \rightarrow P(Z_{\text{макс}}) \rightarrow Z_{\text{макс}}$. В связи с этим перед расчетом обеспеченностей по имеющейся выборке целесообразно проверить гипотезу нормальности распределения для q и Θ — составляющих этого индекса. При незначимых отличиях $F(q)$ и $F(\Theta)$ от нормальной функции распределения такое же распределение в соответствии с теоремой теории вероятностей о законе распределения суммы двух нормально распределенных величин должно быть и у I_B . Тогда необходимость в нормализации аргумента отпадает, и менее зависимые от длины ряда, особенно если выборка включает экстремумы, оценки $P(I_B)$ могут быть получены по известным таблицам интегральной функции нормального распределения для нормированных элементов выборки.

Большинство рядов наблюдений над осадками и температурой воздуха на метеорологических станциях чрезвычайно редко достигают 50 лет и более. Для выборок такого объема, как указано в работе [206], хорошие результаты по оценке возможности аппроксимации эмпирической функции нормальным законом распределения дает применение критерия W_N , разработанного Шапиро—Уилком [206].

Расчет эмпирического значения критерия W_N по материалам измерений температуры воздуха и осадков в бассейне р. Пскем и на метеорологической станции Мынжилки дал положительные результаты для принятия гипотезы о незначимых отличиях от нормального закона соответствующих выборочных функций распределения. Аналогичный вывод был получен также [112] для ряда измерений $Z_{\text{макс}}$ на леднике Центральном Туюксуйском.

Таким образом, изложенный выше способ реконструкции $Z_{\text{макс}}$ является достаточно обоснованным и позволяет восстанавливать многолетние ряды $Z_{\text{макс}}$ на ледниках Средней Азии. А реконструированные ряды $Z_{\text{макс}}$, в свою очередь, представляют собой основу для косвенных оценок годовой аккумуляции и ее распределения на ледниках, которые необходимы при разработке метода расчета таяния и ледникового стока для бассейнов рек и их отдельных участков.

Что касается качества восстановленного ряда $Z_{\text{макс}}$, то прежде всего оно зависит от методики выбора и оценки значимости относительных показателей приходной (A_k) и расходной (A_b) статей годового баланса ледников. В частности, очевидным условием является репрезентативность для бассейна метеорологических характеристик, используемых в составе индекса баланса. Количественным критерием репрезентативности сумм зимних осадков и летних температур воздуха как индикаторов A_k и A_b принято наличие достаточно тесной зависимости между летним стоком в бассейне и составляющими индекса баланса. Подробно эта задача рассматривается в следующем разделе главы 3.

Проанализируем далее возможность прогноза $Z_{\text{макс}}$ с трех-, четырехмесячной заблаговременностью, т. е. в начале абляционного периода.

Поскольку заранее известно, что в состав индекса баланса должны входить относительные показатели годовых сумм аккумуляции и абляции, нетрудно сформулировать предварительные условия, выполнение которых является основой для разработки прогностического метода.

1. Внутригодовое распределение месячных сумм осадков в бассейне и на ледниках должно иметь ярко выраженный максимум в зимне-весенний период и минимум в летнее время.

2. Если рассматривать индексы аккумуляции (I_{A_k}) и абляции (I_{A_b}) как аргументы линейного уравнения второго порядка $I_B = f(I_{A_k}, I_{A_b})$, то преобладающий вклад в описание дисперсии функции должен принадлежать индексу аккумуляции или сезонной сумме осадков.

3. Для гляциальной области, где необходим прогноз $Z_{\text{макс}}$, должен быть восстановлен многолетний ряд $Z_{\text{макс}}$.

Очевидно, достаточно выполнения первых двух условий, чтобы суммы осадков за периоды октябрь—март, октябрь—апрель, октябрь—май и октябрь—июнь рассматривать как один из потенциальных предикторов для прогноза $Z_{\text{макс}}$. Предварительно восстановленный многолетний ряд значений $Z_{\text{макс}}$ в данном случае необходим для проверки этой гипотезы и получения эмпирической прогностической формулы.

Первое приближение о возможности прогноза $Z_{\text{макс}}$ можно получить по материалам табл. 3.2. Как видно, на ряде ледников коэффициенты корреляции зависимостей $Z_{\text{макс}} = f(I_{A_k})$ достаточно высоки (0,80 ÷ 0,90), чтобы прогнозы максимальной высоты снеговой границы имели хорошую оправдываемость.

Рассмотрим далее на примере отдельных ледниковых районов результаты практической реализации общих принципов реконструкции и прогноза $Z_{\text{макс}}$.

1. Для независимой проверки среднего значения ($\bar{Z}_{\text{макс}}$) восстановленного ряда $Z_{\text{макс}}$ достаточно сравнить этот параметр с оценкой средней многолетней высоты фирновой границы $\bar{Z}_{\text{фг}}$ на ледниках, полученной одним из гляциологических методов. Такое сравнение было выполнено для рядов $Z_{\text{макс}}$, восстановленных за 1937—1970 гг. в пяти районах гляциальной области бассейна р. Пскем, где $\bar{Z}_{\text{фг}}$ была вычислена А. С. Щетинниковым по методу Куровского. Разница между $\bar{Z}_{\text{макс}}$ и $\bar{Z}_{\text{фг}}$ составила для этих районов: +22, -13, -23, +50, +18 м, что является весьма удовлетворительным результатом, если учесть неопределенность временного интервала при расчетах $\bar{Z}_{\text{фг}}$ гляциологическими методами и вероятностный в целом характер сравниваемых способов.

2. Многолетние ряды значений индекса баланса и восстановленные с их помощью соответствующие ряды $Z_{\text{макс}}$ следует использовать для получения эмпирических формул $Z_{\text{макс}} = f(I_B)$. Такие формулы необходимы для последующих расчетов $Z_{\text{макс}}$ за пределами исходной выборки. В частности, для определения $Z_{\text{макс}}$ (км) в районах гляциальной области бассейна р. Пскем получены следующие выражения:

$$\text{район 1: } Z_{\text{макс}} = 3,539 - 0,524I_B; \quad (3.19)$$

$$\text{район 2: } Z_{\text{макс}} = 3,614 - 0,622I_B; \quad (3.20)$$

$$\text{район 3: } Z_{\text{макс}} = 3,593 - 0,553I_B; \quad (3.21)$$

$$\text{район 4: } Z_{\text{макс}} = 3,784 - 0,574I_B; \quad (3.22)$$

$$\text{район 5: } Z_{\text{макс}} = 3,819 - 0,375I_B. \quad (3.23)$$

Коэффициенты корреляции для всех формул равны 0,94, а среднеквадратичные ошибки расчета $Z_{\text{макс}}$ соответственно: 0,048, 0,060, 0,050, 0,052, 0,034 км. Формулы (3.19)—(3.23) можно применять при условии: $-0,5 \leq I_B \leq 0,5$. За пределами этого диапазона $Z_{\text{макс}}$ определяется непосредственно по графику зависимости $Z_{\text{макс}} = f(I_B)$. Индекс годового баланса ледников в бассейне р. Пскем включает разность аномалий суммы осадков за октябрь—июнь и средней месячной температуры воздуха за май—сентябрь по данным метеостанции Пскем.

3. Восстановленные ряды $Z_{\text{макс}}$ по пяти районам гляциальной области бассейна р. Пскем были использованы далее для выяснения возможности долгосрочного прогнозирования максимальной высоты снеговой границы. В качестве последовательных дат выпуска и уточнения прогнозов $Z_{\text{макс}}$ приняты — 1 апреля, 1 мая и 1 июня, которые замыкают нарастающие периоды суммирования значений предиктора, а именно осадков на метеостанции Пскем за октябрь—март, октябрь—апрель и октябрь—май.

В сводном коэффициенте корреляции уравнения множественной линейной регрессии $I_B = f(q_{X-VI}, \Theta_{V-IX})$ детерминированный вклад

q_{X-VI} , определенный по Г. А. Алексееву [7], составляет 92 %. На этом основании сезонные суммы осадков за нарастающие периоды были испытаны в качестве предикторов $Z_{\text{макс}}$. Для зависимостей $Z_{\text{макс}} = f(q_{X-III})$, $Z_{\text{макс}} = f(q_{X-VI})$, $Z_{\text{макс}} = f(q_{X-V})$ получены такие коэффициенты корреляции: 0,90, 0,95 и 0,97.

В той же последовательности, как это видно на рис. 3.1, нарастает теснота связи $Z_{\text{макс}} = f(q)$, построенной по восстановленному

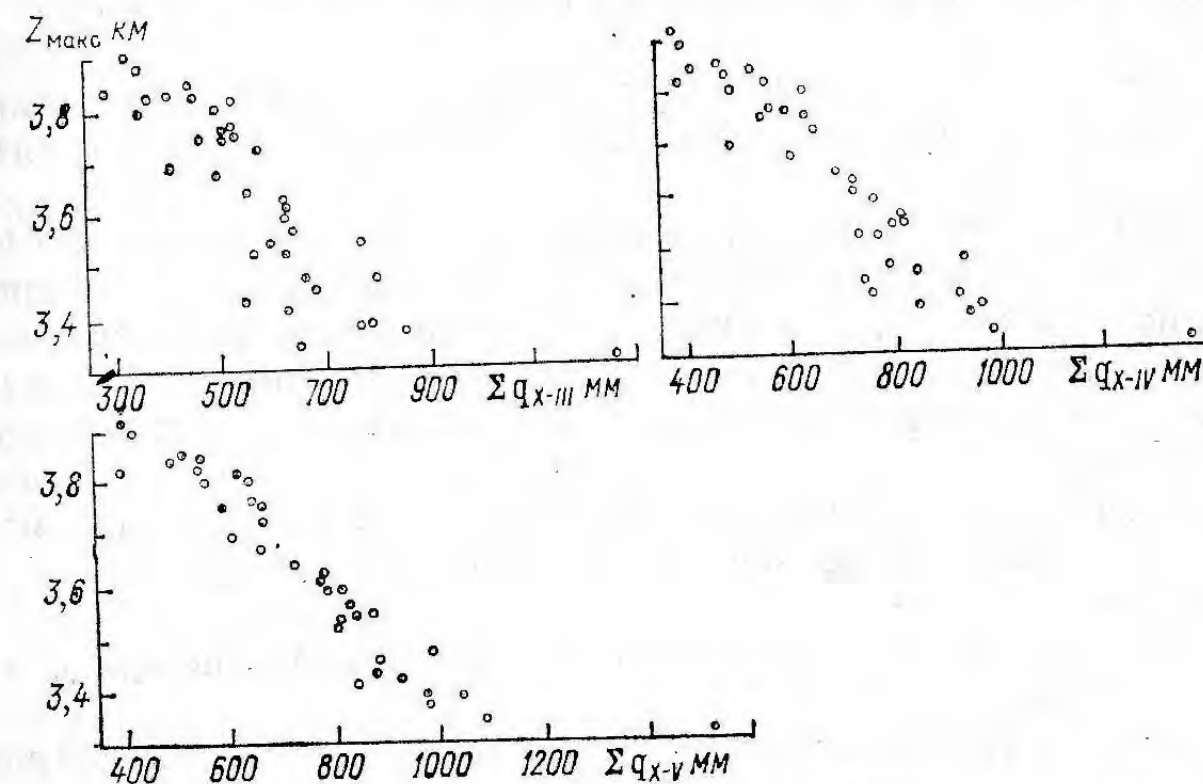


Рис. 3.1. Зависимость рассчитанных высот $Z_{\text{макс}}$ в одном из районов гляциальной области бассейна р. Пскем от сумм осадков на метеорологической станции Пскем.

ряду $Z_{\text{макс}}$ в одном из районов гляциальной области бассейна р. Пскем.

Критерий прогностической ценности — относительная ошибка расчета для зависимостей на рис. 3.1 — равен 0,56, 0,43 и 0,39 соответственно для периодов суммирования осадков октябрь—март, октябрь—апрель и октябрь—май. Следовательно, каждая из этих зависимостей вполне удовлетворяет стандартам, принятым в службе прогнозов.

В целом результаты реализации на конкретных примерах общих принципов реконструкции и прогноза $Z_{\text{макс}}$ можно признать положительными и на этом основании с уверенностью использовать восстановленные ряды $Z_{\text{макс}}$ в расчетах суммарного таяния гляциальной области.

3.2. Исследование компонентов индекса баланса аккумуляции и таяния в гляциальных областях Средней Азии

Для восстановления многолетних рядов максимальной высоты снеговой границы на ледниках зависимость $Z_{\text{макс}}$ от балансовых значений аккумуляции и абляции в гляциальных областях была получена автором [119, 121] в виде функции (3.17) безразмерных

аномалий сезонных значений осадков и средней температуры воздуха, которые легко определяются по данным метеорологических станций. Эти безразмерные характеристики осадков (q) и температуры воздуха (Θ) представляют собой индексы сезонных значений аккумуляции (Ak) и таяния (Ab) в гляциальных областях, поскольку многократно подтвержденное существование зависимостей $q(z)$ и $\Theta(z)$ в горах Средней Азии позволяет в конечном счете при определенных условиях получить сами величины $Ak(z)$ и $Ab(z)$.

В задачу исследования двухфакторной зависимости $Z_{\max}$ от суммы индексов аккумуляции (I_{Ak}) и таяния (I_{Ab}) входят следующие вопросы:

- 1) определение критерия репрезентативности пункт-элементов, т. е. метеорологических характеристик, связанных с конкретным местом их измерения, для оценки составляющих индекса баланса;
- 2) выявление оптимальных периодов суммирования осадков в I_{Ak} и температуры воздуха или другой характеристики условий таяния в I_{Ab} ;
- 3) определение вкладов I_{Ak} и I_{Ab} в дисперсию их суммы, что равнозначно выявлению причин изменчивости $Z_{\max}$ в многолетнем разрезе;
- 4) описание пространственной вариации вкладов I_{Ak} и I_{Ab} по территории Средней Азии.

Известно [221], что в абсолютном большинстве бассейнов рек Средней Азии сток за вегетационный период (апрель—сентябрь) и отдельные летние месяцы зависит от аккумуляции и интенсивности таяния твердых атмосферных осадков, т. е. определяется теми же метеорологическими факторами, что и $Z_{\max}$ на ледниках. Следовательно хорошим доказательством репрезентативности пункт-элементов, характеризующих аккумуляцию и таяние в конкретной гляциальной области, является возможность представления многолетней вариации объемов весенне-летнего стока W в виде стохастической функции метеорологических индексов аккумуляции и таяния снега в том же бассейне

$$W = f(q, \Theta, C, \dots, x_{n-1}, x_n). \quad (3.24)$$

Исходными данными для установления репрезентативных компонентов в составе индекса баланса гляциальной области являются полученные на гидрологических постах и метеорологических станциях выборочные реализации временных рядов $W, q, \Theta, C, \dots, x_{n-1}, x_n$, которые образуют n -мерную систему случайных величин. Распространенным способом описания одной из составляющих этой системы посредством остальных служит условная n -мерная функция распределения вероятностей. В частности,

$$f(W/q, \Theta, C, \dots, x_n) = \frac{f(W, q, \Theta, C, \dots, x_n)}{f_a(q, \Theta, C, \dots, x_n)}, \quad (3.25)$$

где $f(W, q, \Theta, C, x_n)$ — плотность распределения системы случайных величин; $f_a(q, \Theta, C, \dots, x_n)$ — плотность распределения подсистемы аргументов.

Как правило, вместо построения (3.25) ограничиваются определением параметров этого распределения, к которым относятся условное математическое ожидание $Mo(y/x=x)$ и второй смешанный центральный момент, представляющий собой парный или сводный коэффициент корреляции.

Таким образом, выявление и оценка репрезентативности пункт-элементов для индекса баланса достигается путем поиска регрессии $W = f(I_{Ak}, I_{Ab})$ с максимальным коэффициентом корреляции, который служит практическим критерием при отборе наиболее информативных аргументов в уравнение (3.24).

Выявление в бассейнах рек Средней Азии репрезентативных пункт-элементов и оценки вкладов индекса аккумуляции и индекса абляции в дисперсию их суммы выполнены на ЭВМ по составленной автором программе многофакторного регрессионного анализа нормированных или нормализованных переменных. Для получения в конкретном бассейне уравнений регрессии $W = f(I_{Ak}, I_{Ab})$ или $W = f(I_{Ak}, I_{Ab}, I_x)^*$, имеющих наивысший сводный коэффициент корреляции, рассмотрены все возможные сочетания пункт-элементов, образующих индексы аккумуляции и таяния. В результате регрессионного анализа определены также периоды суммирования осадков и осреднения температуры воздуха для расчетов I_{Ak} и I_{Ab} .

В исходных выборках для установления I_{Ak} и I_{Ab} в гляциальных областях Средней Азии зависимыми переменными были величины стока в бассейнах рек за апрель—сентябрь, май—сентябрь, июнь—сентябрь, июль—сентябрь, август—сентябрь, июль—август, а независимыми переменными суммы осадков за октябрь—март, октябрь—апрель, октябрь—май, октябрь—июнь, октябрь—сентябрь, май—сентябрь, суммы средних месячных температур воздуха и баллов общей облачности за май—сентябрь, июль—сентябрь, июль—сентябрь по данным метеорологических станций в тех же бассейнах.

Регрессионный анализ пункт-элементов сопровождался оценками значимости вкладов δ_j индексов аккумуляции и таяния в дисперсию их суммы или, что то же самое, в квадраты сводных коэффициентов корреляций $(\rho_{св}^2)$ искомых уравнений регрессии 2-го и 3-го порядков. Согласно Г. А. Алексееву [7]:

$$\rho_{св}^2 = r_{01}\alpha_{01} + r_{02}\alpha_{02} + \dots + r_{0n}\alpha_{0n}; \quad (3.26)$$

$$\delta_j = \frac{r_{0j}\alpha_{0j}}{\sum_{j=1}^n r_{0j}\alpha_{0j}}; \quad (3.27)$$

$$\sum_{j=1}^n \delta_j = 1, \quad (3.28)$$

* I_x — индекс метеорологического элемента, который является значимой дополнительной характеристикой условий аккумуляции или таяния (например, средний за лето балл общей облачности).

Вклады индексов аккумуляции и абляции в описание изменчивости I_B и $Z_{\max}$ в бассейнах рек Средней Азии

где $r_{0j}\alpha_{0j}$ — произведение коэффициентов парной корреляции и нормированной регрессии для функции и j -того аргумента, для которого выполняется оценка δ_j , $r_{0n}\alpha_{0n}$ — аналогичные произведения коэффициентов, сумма которых представляет собой квадрат сводного коэффициента корреляции функции и n аргументов. Программа расчета на ЭВМ параметров многофакторного регрессионного анализа построена так, чтобы исключать появление в (3.26) и (3.27) произведений с сомножителями разных знаков.

В работе автора [119] приведены подробные результаты поиска и оценки в бассейнах рек Средней Азии индексов аккумуляции и таяния, полученных путем подбора уравнений регрессии 2-го и 3-го порядков для всех перечисленных выше периодов суммирования стока. Эти выводы следует использовать при восстановлении многолетних рядов $Z_{\max}$ по методу, изложенному в предыдущем разделе.

Помимо определения самих составляющих индекса баланса I_B , большой научный и практический интерес представляют распределения по территории Средней Азии вкладов I_{Ak} и I_{Ab} в описание изменчивости I_B и, следовательно, $Z_{\max}$. Соответствующие оценки приведены в табл. 3.3, в которую включены также коэффициенты корреляции стока за июнь—сентябрь и июль—сентябрь с индексами аккумуляции и таяния.

В большинстве случаев значения коэффициентов корреляции попадают в пределы 0,80—0,95, что является хорошим подтверждением репрезентативности пункт-элементов, принятых для расчета индексов аккумуляции и таяния в гляциальных областях. Для конкретизации метода восстановления временных рядов $Z_{\max}$ следует также выбрать один из двух приведенных в табл. 3.3 периодов суммирования речного стока, многолетняя изменчивость которого предполагается аналогичной вариации $Z_{\max}$, поскольку зависит от одних и тех же метеорологических факторов. Искомый периодом бесспорно является июнь—сентябрь, так как из 30 пар уравнений регрессии 2-го и 3-го порядков, полученных для самых различных областей оледенения Средней Азии, в 23 случаях зависимости $W_{VI-IX} = f(I_{Ak}, I_{Ab})$ отличались большей теснотой по сравнению с $W_{VII-IX} = f(I_{Ak}, I_{Ab})$.

Для решения в общем виде важной научно-прикладной проблемы долгосрочного прогноза максимальной высоты сезонной снеговой границы в гляциальных областях и ледникового стока в бассейнах рек Средней Азии достаточно установить, какой из индексов I_{Ak} или I_{Ab} вносит преобладающий вклад в изменчивость их суммы, т. е. индекса баланса аккумуляции и абляции.

Доказательством этого положения являются полученные автором по непосредственным измерениям на многих ледниках весьма высокие коэффициенты парной корреляции зависимостей максимальной высоты сезонной снеговой границы от годовых значений баланса, абляции и от индексов баланса, аккумуляции и абляции (см. табл. 3.1 и 3.2). На основе перечисленных зависимостей образуются связи между ледниковым стоком и $Z_{\max}$, а также

Река (гидропост; метеостанция)	Период для W	I_B			$Z_{\max}$		
		r_2	вклад		r_3	вклад	
			I_{Ak}	I_{Ab}		I_{Ak}	I_{Ab}
Алаарча (Джиндысу; Алаарча)	VI—IX	0,92	0,03	0,97	0,92	0,04	0,96
	VII—IX	0,88	0,03	0,97	0,96	0,10	0,90
Чонкызылсу (устье р. Кашкатор; Б. Кызылсу)	VI—IX	0,77	0,30	0,70	0,81	0,40	0,60
	VII—IX	0,81	0,23	0,77	0,88	0,26	0,74
Нарын (г. Нарын, Нарын)	VI—IX	0,76	0,61	0,39	0,78	0,64	0,36
	VII—IX	0,75	0,43	0,57	0,76	0,45	0,55
Атбаши (Ичкекоманды; Атбаши)	VI—IX	0,82	0,69	0,31	0,82	0,69	0,31
	VII—IX	0,79	0,69	0,31	0,79	0,69	0,31
Сарыджас — верховье (ниже устья р. Куйлю; Куйлю)	VI—IX	0,93	0,70	0,30	0,98	0,85	0,15
	VII—IX	0,77	0,75	0,25	0,93	0,80	0,20
Куйлю (устье р. Куйлю; Куйлю)	VI—IX	0,72	0,10	0,90	0,72	0,05	0,95
	VII—IX	0,65	0,10	0,90	0,66	0,03	0,97
Пскем (Карангитугай; Пскем)	VI—IX	0,86	0,90	0,10	0,86	0,90	0,10
	VII—IX	0,81	0,92	0,08	0,81	0,91	0,09
Исфара (Ташкуртан, Джаптык)	VI—IX	0,81	0,79	0,21	0,84	0,67	0,33
	VII—IX	0,64	0,61	0,39	0,65	0,61	0,39
Зеравшан (Дупули; Дегауз)	VI—IX	0,90	0,82	0,18	0,91	0,83	0,17
	VII—IX	0,87	0,77	0,23	0,89	0,72	0,28
Кызылсу (Домбрачи; Дараут— Курган)	VI—IX	0,92	0,36	0,64	0,94	0,36	0,64
	VII—IX	0,83	0,56	0,44	0,93	0,67	0,33
Муксу (Давсеар; л. Федченко)	VI—IX	0,95	0,07	0,93	0,95	0,00	1,00
	VII—IX	0,96	0,07	0,93	0,96	0,01	0,99
Сурхоб (Гарм; Гарм)	VI—IX	0,87	0,54	0,46	0,88	0,51	0,49
	VII—IX	0,85	0,60	0,40	0,86	0,56	0,44
Ванч (Ванч; л. Федченко)	VI—IX	0,61	0,20	0,80	0,62	0,20	0,80
	VII—IX	0,75	0,10	0,90	0,79	0,10	0,90
Гунт (Хорог; Хорог)	VI—IX	0,76	0,89	0,11	0,77	0,90	0,10
	VII—IX	0,74	0,81	0,19	0,74	0,81	0,19
Шахдара (Хабост; Хорог)	VI—IX	0,76	0,90	0,10	0,78	0,82	0,18
	VII—IX	0,71	0,94	0,06	0,76	0,75	0,25

компонентами индекса баланса, поскольку $Z_{\max}$ выражается в виде функции I_{Ak} и I_{Ab} .

Таким образом, выполнение условия

$$\sigma^2 |I_{Ak}| > \sigma^2 |I_{Ab}| \quad (3.29)$$

необходимо для использования сумм зимне-весенних осадков — этого наиболее подходящего аргумента для долгосрочного прогноза $Z_{\max}$ и ледникового стока в бассейнах рек Средней Азии. Очевидно, что разработка методов долгосрочного прогноза $Z_{\max}$ и ледникового стока существенно затруднена в бассейнах, где преобладающий вклад в дисперсию индекса баланса принадлежит индексу абляции.

Изложенные здесь общие положения о значимости вкладов I_{Ak} и I_{Ab} для совершенствования методов прогноза стока рек с ледниково-снеговым

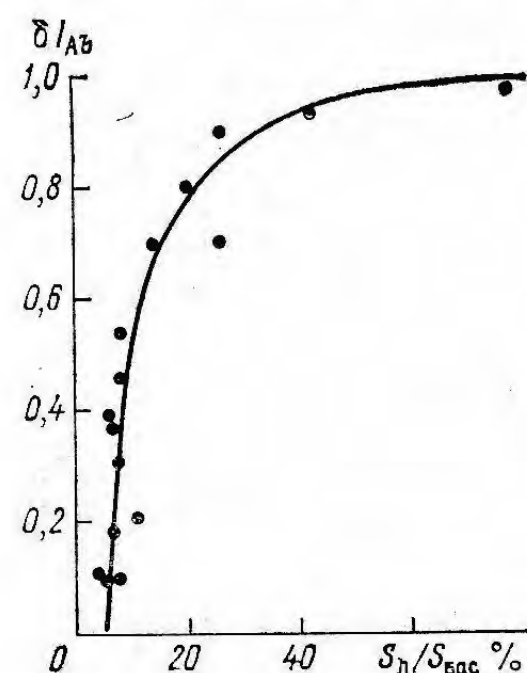


Рис. 3.2. Зависимость вклада индекса абляции в квадрат сводного коэффициента корреляции уравнения $W_{VI-IX} = f(I_{Ak}, I_{Ab})$ от относительной площади оледенения в бассейнах рек Средней Азии.

питанием практически реализованы в разделе 5.2 настоящей работы.

При определении вкладов I_{Ak} и I_{Ab} в дисперсию их суммы достаточно найти вклад (δ_j) одного из этих индексов, тогда, как следует из (3.28), вклад другого равен дополнению до единицы. Для массовых оценок вкладов I_{Ak} и I_{Ab} в изменчивость I_B в гляциальных областях Средней Азии автор получил достаточно тесную зависимость $\delta_{I_{Ab}}$ от относительной площади оледенения в речных бассейнах (рис. 3.2). С физической стороны единые для всей Средней Азии зависимости $\delta_{I_{Ab}} = f\left(\frac{S_{гл}}{S_{бас}}\right)$ и $1 - \delta_{I_{Ab}} = f\left(\frac{S_{гл}}{S_{бас}}\right)$, по мнению автора, объясняются увеличением значимости ледникового питания в стоке любой реки по мере приближения гидроствора к нижней границе оледенения и возрастанием относительной площади оледенения. При этом в сводном коэффициенте корреляции уравнения $W_{VI-IX} = f(I_{Ak}, I_{Ab})$ естественно увеличивается вклад I_{Ab} , характеризующего многолетнюю изменчивость абляции в гляциальной области.

Полученная автором зависимость $\delta_{I_{Ab}} = f\left(\frac{S_{гл}}{S_{бас}}\right)$ была использована в настоящей работе для определения вкладов I_{Ab} , I_{Ak} в бассейнах рек Амударьи, Сырдарьи, оз. Иссык-Куль, Са-

рыджаса, Чу, Таласа и Ассы. Эти данные, которые необходимы для расчетов гидрологического режима современного оледенения Средней Азии, приведены в приложении I.

О значении массовых количественных оценок $\delta_{I_{Ak}}$ для разработки и усовершенствования методов долгосрочных прогнозов стока рек с ледниково-снеговым питанием уже было сказано ранее. Рассмотрим далее не менее важные пути использования $\delta_{I_{Ab}}$ для массовых определений в целом для бассейнов и распределе-

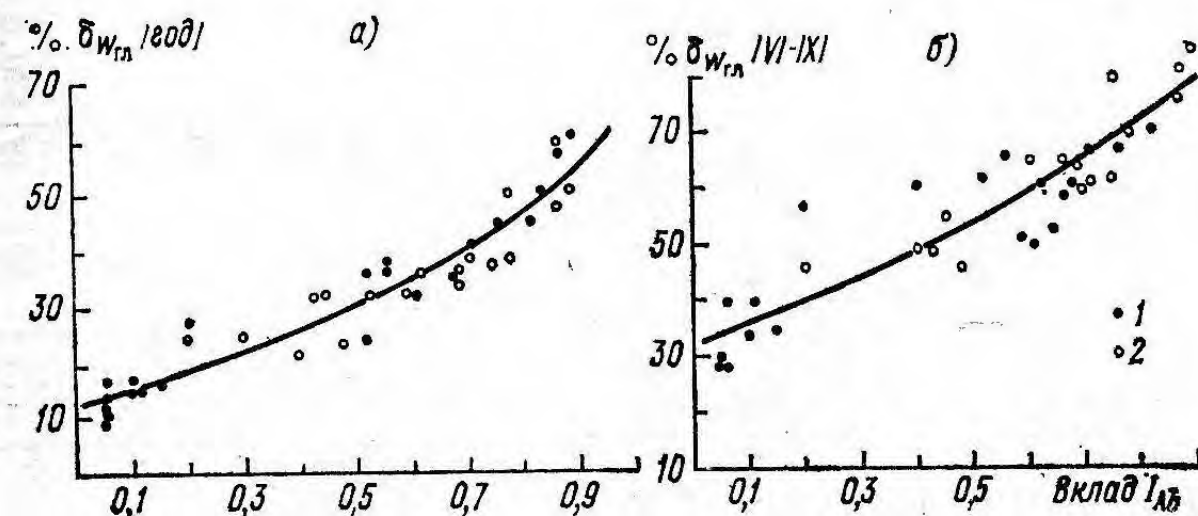


Рис. 3.3. Зависимость доли ледникового питания в годовом (а) и сезонном (б) стоке рек Средней Азии (1) и Кавказа (2).

ния по высоте вклада ледникового стока в питание рек Средней Азии за год и июнь—сентябрь.

Простое решение этой задачи обеспечивают представленные на рис. 3.3 универсальные зависимости доли ледникового питания в годовом и сезонном стоке рек Средней Азии и Кавказа от вклада индекса абляции в квадрат сводного коэффициента корреляции уравнения $W_{VI-IX} = f(I_{Ak}, I_{Ab})$. Для построения зависимостей $\delta_{W_{гл}} = f(\delta_{I_{Ab}})$ на рис. 3.3 использованы оценки доли ледникового питания ($\delta_{W_{гл}}$) в годовом и сезонном стоке рек Средней Азии и Кавказа, полученные автором, А. О. Кеммерихом [93], А. С. Щетинниковым [230], А. Н. Кренке [141], Л. А. Владимировым с соавторами [23].

Примеры зависимостей $\delta_{W_{гл}} = f\left(\frac{S_{гл}}{S_{бас}}\right)$ имеются в работах О. П. Щегловой [224], А. О. Кеммериха [93], А. С. Щетинникова [230]. Во всех случаях авторы отмечают локальный характер этих зависимостей, что ограничивает их широкое использование. Хотя вклад I_{Ab} в сводный коэффициент корреляции уравнения $W_{VI-IX} = f(I_{Ak}, I_{Ab})$ также является функцией относительной площади оледенения, зависимость $\delta_{I_{Ab}} = f\left(\frac{S_{гл}}{S_{бас}}\right)$ имеет общий характер для территории Средней Азии. Этот результат объясняется тем, что вклад I_{Ab} , определяемый на основе уравнения $W_{VI-IX} =$

Морфометрические характеристики оледенения, распределение по высоте доли ледникового питания в годовом стоке рек Средней Азии

Река—створ	3—4 км				4—5 км				5—6 км						
	$S_{бас}$ км ²	$S_{г.л.}$ км ²	$\frac{S_{г.л.}}{S_{бас}}$ %	Вклад I_{Ab} %	$\frac{W_{г.л.}}{W_{бас}}$ %	$S_{бас}$ км ²	$S_{г.л.}$ км ²	$\frac{S_{г.л.}}{S_{бас}}$ %	Вклад I_{Ab} %	$\frac{W_{г.л.}}{W_{бас}}$ %	$S_{бас}$ км ²	$S_{г.л.}$ км ²	$\frac{S_{г.л.}}{S_{бас}}$ %	Вклад I_{Ab} %	$\frac{W_{г.л.}}{W_{бас}}$ %
Бассейн р. Амударьи															
Бартаг — к. Тохтамыш	486,5	26,9	5,5	10	15	2138,8	593,7	27,8	86	55	450,9	450,4	100	100	79
Кудара — устье	936,0	11,4	1,2	<10	<13	2598,0	275,4	10,6	55	32	874,8	326,5	37,2	92	64
Кызылсу — к. Домбрачи	2862,5	60,4	2,1	<10	<13	1716,6	463,1	27,0	86	55	182,9	111,2	60,8	98	75
Мукусу — к. Давсгар	1177,0	68,8	5,8	12	16	3266,1	581,4	17,8	75	43	1664,9	541,7	32,5	90	60
Зеравшан—устье	2293,7	183,5	8,3	43	26	905,3	294,5	32,5	90	60	13,6	1,7	12,2	63	35
р. Фандарьи	1828,1	71,7	3,9	<10	<13	354,1	60,5	17,1	73	42	14,6	0,2	1,3	<10	<13
Фандарья —															
Бассейн р. Сырдарьи															
Ойгаинг — устье	606,0	69,3	11,4	59	33	20,2	2,2	10,9	56	32					
Майдантал — устье	265,1	44,2	16,7	73	42	21,7	0,6	2,8	10	13					
Пскем — устье	1038,1	124,7	12,0	60	34	58,3	2,8	4,8	<10	<13					
Каракульджа — с. Акташ	450,9	6,7	1,5	<10	<13	74,2	16,8	22,6	81	49					
Тар — к. Цалма	1841,2	9,6	0,5	<10	<13	630,3	53,5	8,5	43	26					
Ясы — г. Узген	246,6	4,1	1,7	<10	<13	2,2	0,3	12,4	63	35					
Курушаб — с. Гульча	891,0	5,8	0,7	<10	<13	122,1	10,0	8,2	41	25					
Аксу — ущ. Дазгон	203,4	11,3	5,6	10	15	86,2	12,0	13,9	67	38					
Ходжабакирган — к. Ан-дархан	332,0	21,9	6,6	20	18	155,8	30,0	19,3	77	45					
Исфара — Тангиворух	470,0	69,9	14,9	69	39	380,0	97,3	25,6	84	53	100	2,3	2,3	<10	<13
Сох — к. Сарыканда	789,0	95,8	12,1	60	34	729,4	157,0	21,5	80	48	130,8	3,6	2,8	<10	<13
Шахмардан — к. Паульган	364,4	12,1	3,3	<10	<13	151,5	34,5	22,8	81	49	4,0	1,0	25,0	84	53

$=f(I_{Ak}, I_{Ab})$, иначе, чем $\left(\frac{S_{г.л.}}{S_{бас}}\right)$ описывает пространственную вариацию $\delta W_{г.л.}$. Именно это свойство обеспечивает универсальность зависимостей $\delta W_{г.л.}=f(\delta I_{Ab})$ не только для Средней Азии, но и Кавказа.

Полученные автором зависимости для δI_{Ab} и $\delta W_{г.л.}$ (см. рис. 3.2 и 3.3) позволяют выполнить массовые оценки $\delta W_{г.л.}$ и путем картирования $\delta W_{г.л.}$ выявить характерные черты простран-

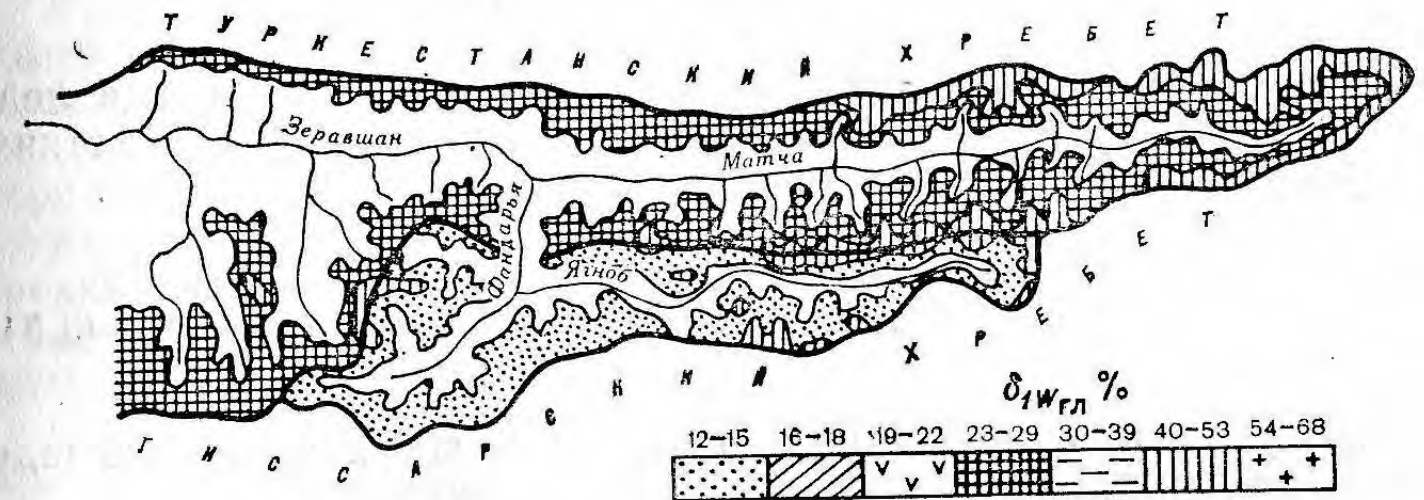


Рис. 3.4. Распределение по площади доли среднего многолетнего ледникового питания ($\delta I_{W_{г.л.}}$ %) в годовом стоке бассейна р. Зеравшан.

ственного распределения ледникового стока в бассейнах рек Средней Азии. Примеры расчета высотного распределения доли ледникового питания в годовом стоке ряда рек бассейнов Сырдарьи и Амударьи приведены в табл. 3.5. На рис. 3.4 представлена карта распределения по площади доли среднего многолетнего ледникового питания в годовом стоке бассейна р. Зеравшан. Аналогичные табличные и графические материалы по другим бассейнам рек Средней Азии приведены в приложениях I и II.

3.3. Модель движения снеговой границы на леднике в течение абляционного периода

Внутригодовая изменчивость площадей льда под мореной $S_{лм}(t)$, открытого льда $S_{л}(t)$, фирна $S_{ф}(t)$, зимнего $S_{зс}(t)$ и летнего снега $S_{лс}(t)$ представляет собой одну из основных характеристик в описании процесса таяния на ледниках [119, 121]. Согласно (1.30), пространственное распределение площади ледника задано как функция высоты местности z . Кроме того, задан комплекс морфометрических параметров ледников (см. раздел 1.2), обобщенных для отдельных районов гляциальной области некоторого бассейна.

Покажем, что в этом случае необходимым и достаточным условием определения пространственно-временной изменчивости

площадей пяти, названных выше, типов поверхности ледника является расчет движения сезонной снеговой границы $Z_{гсс}$ по леднику. Для этого запишем ряд выражений, которые характеризуют весь возможный набор ситуаций, возникающих при движении $Z_{гсс}$ по леднику.

А. При отсутствии твердых летних осадков площадь зимнего снега определяется согласно

$$S_{зс}(t) = \int_{Z_{гсс}(t)}^{Z_H} s(z) dz, \quad (3.30)$$

при выпадении летнего снега после даты обнажения конца ледника и условии $Z_{лс}(t) = Z_{гсс}(t) = Z_{зс}(t)$ площадь, покрытую летним снегом, находим следующим образом:

$$S_{лс}(t) = \int_{Z_{гсс}(t)}^{Z_H} s(z) dz. \quad (3.31)$$

При условии $Z_{зс}(t) = Z_{гсс}(t) < Z(t)$, т. е. когда часть площади ледника покрыта зимним снегом, а часть летним, то

$$S_{зс}(t) = \int_{Z_{гсс}(t)}^{Z_H} s(z) dz - \int_{Z_{лс}(t)}^{Z_H} s(z) dz \quad (3.32)$$

или

$$S_{зс}(t) = \int_{Z_{гсс}(t)}^{Z_{лс}} s(z) dz. \quad (3.33)$$

Б. Площадь фирна при $Z_{гсс}(t) = Z_H$

$$S_{ф}(t) = \int_{Z_{фг}}^{Z_H} s(z) dz, \quad (3.34)$$

а при $Z_{гсс}(t) < Z_H$

$$S_{ф}(t) = \int_{Z_{фг}}^{Z_{гсс}(t)} s(z) dz. \quad (3.35)$$

В. Площадь обнаженного льда и льда под мореной при $Z_{гсс}(t) < Z_{вгм}$:

$$S_{лм}(t) = \int_{Z_K}^{Z_{гсс}(t)} s(z) dz, \quad (3.36)$$

а если $Z_K \leq Z_{гсс}(t) \leq Z_{фг}$, то

$$S_{л}(t) = \int_{Z_{вгм}}^{Z_{гсс}(t)} s(z) dz \quad (3.37)$$

или

$$S_{л}(t) = \int_{Z_K}^{Z_{гсс}(t)} s(z) dz - \int_{Z_K}^{Z_{вгм}} s(z) dz. \quad (3.38)$$

В формулах (3.30) — (3.38) $Z_{гсс}(t) = \min[Z_{лс}(t), Z_{зс}(t)]$, t — номер дня внутри года после даты обнажения конца ледника от сезонного снега и до окончания периода абляции; $Z_{гсс}(t)$, $Z_{зс}(t)$, $Z_{лс}(t)$ — абсолютные отметки высот сезонной снеговой границы (при отсутствии летних осадков $Z_{гсс}(t) = Z_{зс}(t)$ и нижней границы свежеснежного летнего снега на поверхности ледника; $Z_{фг}$ — средняя многолетняя высота фирновой границы; $Z_{вгм}$ — верхняя отметка сплошного моренного покрова на леднике; Z_H и Z_K — высоты начала и конца ледника.

Отметим также, что формулы (3.36) и (3.37), куда входит $S_{лм}(t)$, соответствуют упрощенному варианту описания распределения площади морены в зависимости от высоты, которое предполагается полностью аналогичным распределению площади $s(z)$ ледника в целом. Упрощенный вариант расчета $S_{лм}(t)$ обусловлен отсутствием сведений о распределении площади морены $S_{лм}(z)$ на поверхности ледника.

При наличии таких данных расчет $S_{л}(t)$ следует выполнять иначе. Так, при $Z_{гсс}(t) < Z_{вгм}$

$$S_{л}(t) = \int_{Z_K}^{Z_{гсс}(t)} s(z) dz - \int_{Z_K}^{Z_{гсс}(t)} S_{лм}(z) dz, \quad (3.39)$$

если же $Z_{вгм} \leq Z_{гсс}(t) \leq Z_{фг}$, тогда

$$S_{л}(t) = \int_{Z_K}^{Z_{гсс}(t)} s(z) dz - \int_{Z_K}^{Z_{вгм}} S_{лм}(z) dz. \quad (3.40)$$

Изложенная здесь в общем виде схема определения площадей различных типов тающей поверхности глетчера показывает, что раздельная оценка составляющих годового объема таяния невозможна без определения внутригодового хода границ зимнего и летнего снега на леднике.

Прежде чем рассматривать предлагаемую модель движения снеговой границы по поверхности ледника, необходимо уточнить, что эта модель предназначена для периода времени от даты обнажения конца ледника вследствие постепенного стаивания зимнего снега и до даты установления устойчивости снежного покрова на всей площади ледника. Предполагается также, что до

начала движения границы сезонного снега по леднику вся его поверхность покрыта слоем зимнего снега произвольной толщины.

Как известно, пространственное положение границы сезонного снега на леднике в различные моменты абляционного периода обусловлено в каждой точке поверхности балансом процессов аккумуляции и абляции за фиксированные интервалы времени. Однако в настоящее время невозможно использовать в явном виде балансовый метод для определения динамики границы сезонного снега из-за отсутствия надежных региональных оценок зимнего накопления твердых осадков в гляциальных областях. Следовательно, необходим некоторый аналог баланса или, точнее, какая-либо из его функций, удобная для построения модели движения снеговой границы.

По мнению автора, высказанным здесь соображениям более всего отвечает максимальная высота $Z_{\text{макс}}$, а лучше — максимальное за период абляции превышение $\Delta Z_{\text{макс}}$ границы сезонного снега над концом ледника:

$$\Delta Z_{\text{макс}} = Z_{\text{макс}} - Z_{\text{к}}, \quad (3.41)$$

при условии $Z_{\text{к}} \leq Z_{\text{макс}} \leq Z_{\text{н}}$.

Величина $\Delta Z_{\text{макс}}$ на любом леднике представляет собой в конкретном году заключительный результат последовательных во времени процессов зимней аккумуляции и летней абляции твердых атмосферных осадков. Следовательно, значение $\Delta Z_{\text{макс}}$ можно рассматривать как индекс в другой системе отсчета каждого из эквивалентных между собой объемов накопления и расходования сезонного снега.

Предположим, что за одни и те же интервалы времени dt между относительными скоростями приближения границы сезонного снега к пределу $Z_{\text{макс}}$ и последовательного накопления слоя стаявшего зимнего снега на этом же уровне $Z_{\text{макс}}$ существует определенное соотношение (пока для простоты рассматривается случай отсутствия летних осадков).

Запишем это соотношение следующим образом:

$$\frac{1}{\int_{\tau_i}^{\tau_{D-1}} dZ_{\text{гсс}}(t)} \frac{dZ_{\text{гсс}}(t)}{dt} = \frac{1}{\int_{\tau_i}^{\tau_{D-1}} dA(z, t)} \frac{dA(z, t)}{dt} = \chi(t), \quad (3.42)$$

где

$$\int_{\tau_i}^{\tau_{D-1}} dZ_{\text{гсс}}(t) = Z_{\text{гсс}}(\tau_{D-1}) - Z_{\text{гсс}}(\tau_i) \quad (3.43)$$

представляет собой часть, оставшуюся от $\Delta Z_{\text{макс}}$ после того, как граница сезонного снега за время от начального τ_0 и до промежуточного момента τ_i достигла на леднике уровня $Z_{\text{гсс}}(\tau_i)$. Поскольку τ_0 — дата начала таяния льда на конце ледника, а τ_D —

дата окончания периода таяния льда, то очевидно, что $Z_{\text{гсс}}(\tau_0) = Z_{\text{к}}$, $Z_{\text{гсс}}(\tau_{D-1}) = Z_{\text{макс}}$.

Аналогично формуле (3.43) выражение

$$\int_{\tau_i}^{\tau_{D-1}} dA(z, t) = A(z, \tau_{D-1}) - A(z, \tau_i) \quad (3.44)$$

косвенно характеризует не стаявший к моменту τ_i остаток зимнего снега в интервале высот $Z_{\text{макс}} - Z_{\text{гсс}}(\tau_i)$. Здесь $A(z, \tau_{D-1})$ — сум-

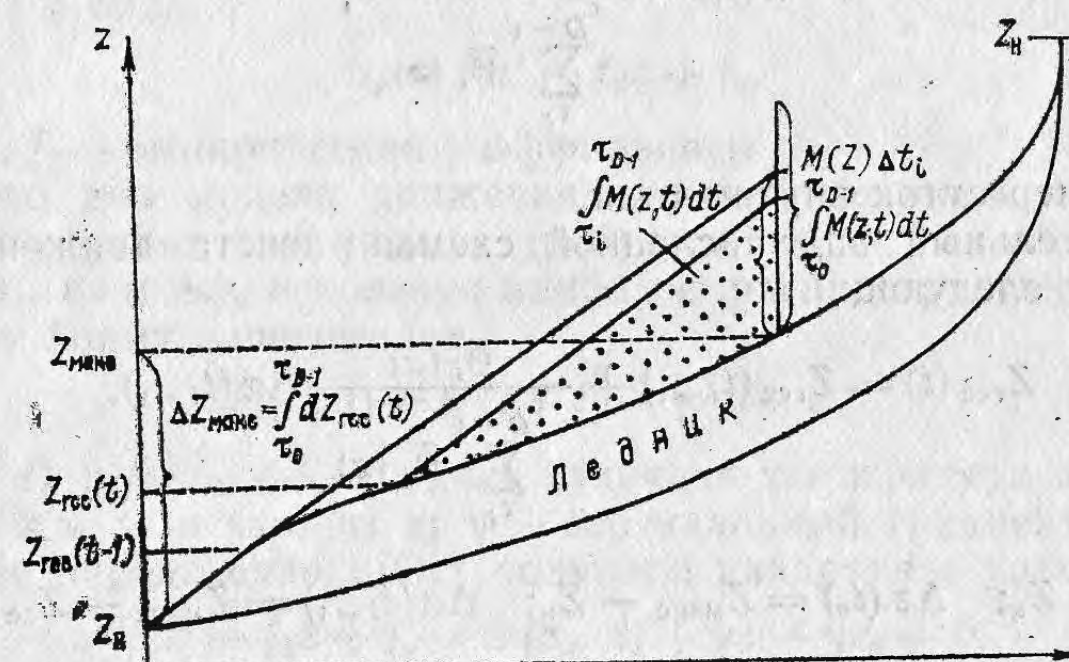


Рис. 3.5. Схема, иллюстрирующая модель движения сезонной снеговой границы (ССГ) на леднике.

$Z_{\text{гсс}}(t-1)$ — высота снеговой границы в предшествующий момент времени; $Z_{\text{гсс}}(t)$ — то же в текущий момент; $Z_{\text{макс}}$ — максимальная высота ССГ на поверхности ледника; $M(z, \Delta t_i)$ — слой таяния на высоте $Z_{\text{макс}}$ за интервал $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$. $Z_{\text{к}}$ и $Z_{\text{н}}$ — высоты конца и начала ледника.

марный за период $\tau_{D-1} - \tau_0$ слой таяния зимнего снега на высоте $Z_{\text{макс}}$, $A(z, \tau_i)$ — слой таяния зимнего снега за время $\tau_i - \tau_0$ на том же уровне.

Зависимость между слоями стаивания снега на высоте $Z_{\text{макс}}$ и движением $Z_{\text{гсс}}$ по леднику при отсутствии летних снегопадов иллюстрирует также рис. 3.5.

Производные по времени для процессов $Z_{\text{гсс}}(t)$ и $A(z, t)$ в отношении (3.42) находим согласно

$$\frac{dZ_{\text{гсс}}(t)}{dt} = \frac{Z_{\text{гсс}}(t_i) - Z_{\text{гсс}}(t_{i-1})}{\Delta t}, \quad (3.45)$$

$$\frac{dA(z, t)}{dt} = \frac{A(z, t_i) - A(z, t_{i-1})}{\Delta t} = M(z, t). \quad (3.46)$$

Учитывая (3.46), запишем правую часть (3.42) несколько иначе:

$$\chi(t_i) = \frac{M(z, t_i)}{\sum_{\tau_i}^{D-1} M(z, t_i)}; \quad (3.47)$$

Затем вместо $M(z, t)$ подставляется одна из формул для расчета интенсивности таяния. Например, если $\Delta t = 1$ сутки, а $M = k_M(\bar{\Theta})$, где $\bar{\Theta}$ — средняя суточная температура, то

$$\chi(t_i) = \frac{\bar{\Theta}_i(z)}{\sum_{\tau_i}^{D-1} \bar{\Theta}_i(z)}, \quad (3.48)$$

где i — номер суток внутри года.

Окончательный вид численной схемы расчета движения $Z_{гсс}$ по леднику следующий:

$$Z_{гсс}(t) = Z_{гсс}(t_{i-1}) + \frac{\bar{\Theta}_i(z)}{\sum_{\tau_i}^{D-1} \bar{\Theta}_i(z)} \Delta z(t_{i-1}),$$

$$Z_{гсс}(t_0) = Z_K; \quad \Delta z(t_0) = Z_{\max} - Z_K; \quad \Delta z(t_{i-1}) = Z_{\max} - Z_{зс}(t_{i-1}). \quad (3.49)$$

При выполнении расчетов $Z_{гсс}(t)$ по формуле (3.49) следует исключить возможность суммирования средних суточных температур воздуха с разными знаками, которые на высотах $Z_{\max}$ могут иметь место в летний период. Это нетрудно сделать, если суммировать температуры воздуха вместо высоты $Z_{\max}$ на таком уровне z_0 , где в течение мая—октября температура воздуха при всех условиях остается заведомо положительной. На расчеты $Z_{гсс}(t)$ переход от $Z_{\max}$ к z_0 влияния не имеет, поскольку температура воздуха, как правило, линейно изменяется с высотой местности. Следовательно, величина отношения $\chi(t)$ для $\bar{\Theta}(z, t)$ одного знака не зависит от z .

Таким образом, весьма простая формула (3.49) позволяет рассчитать высоту границы зимнего снега в любой день периода абляции на леднике при отсутствии летних снегопадов.

Поскольку указанное ограничение препятствует широкому использованию формулы (3.49) в схеме расчета площадей различных типов тающей поверхности ледника, рассмотрим способ оценки влияния летних снегопадов в предлагаемой модели движения снеговой границы по леднику. Учитывая, что частью входной информации для расчета суммарного таяния является архив суточных сумм и средних значений метеорологических элементов

(осадки, температура воздуха, общая облачность), случаи выпадения осадков в период абляции считаем известными. Тогда прежде всего необходимо установить абсолютную высоту, начиная с которой осадки вероятнее всего отлагались на леднике в виде снега.

Для этой цели используем результаты анализа фазового состояния осадков в горах в зависимости от приземной температуры воздуха, полученные Г. Е. Глазыриным [33]. В работе [33] показано, что в дни с осадками при определенной средней суточной температуре воздуха Θ_* равновероятно выпадение осадков в твердом или жидком виде. Принимая Θ_* в качестве граничного условия для разделения фазового состояния осадков, Г. Е. Глазырин установил также существование в горах Средней Азии зависимости $\Theta_*(z)$ в виде

$$\Theta_* = f_1 z^2 - f_2 z + f_0, \quad (3.50)$$

где f_0, f_1, f_2 — эмпирические коэффициенты.

Однако для модели движения снеговой границы по леднику с учетом летних снегопадов требуется не Θ_* , а высота z , где $\Theta(z) = \Theta_*$, поэтому, используя наиболее распространенную аналитическую форму зависимости

$$\Theta(z, t) = \Theta(z_0, t) - \gamma(z - z_0), \quad (3.51)$$

где $\Theta(z, t)$ и $\Theta(z_0, t)$ — средняя суточная температура воздуха на высотах z и z_0 в момент t ; γ — вертикальный градиент температуры; для определения $z(\Theta_*)$ получаем квадратное уравнение

$$f_1 z^2 - f_2 z + f_0 - \Theta(z_0, t) + \gamma z - \gamma z_0 = 0. \quad (3.52)$$

В уравнении (3.52) $\Theta(z_0, t)$ и z_0 заданы как входная информация; относительно $\gamma(t)$ известно [170], что внутригодовой ход вертикального градиента может быть аппроксимирован косинусоидой, поэтому выражения

$$k_1 = \frac{f_1}{\gamma}, \quad (3.53)$$

$$k_2 = 1 - \frac{f_2}{\gamma} \quad (3.54)$$

и

$$k_0 = \frac{f_0}{\gamma} - \frac{\Theta(z_0, t)}{\gamma} - z \quad (3.55)$$

в произвольный момент времени t являются параметрами.

В итоге уравнение (3.52), решение которого дает исходное значение $z(\Theta_*, t)$, приводится к хорошо известному виду

$$k_1 z^2 + k_2 z + k_0 = 0. \quad (3.56)$$

В дни с осадками, подставив в (3.56) значения k_0, k_1, k_2 , определим высоту $z(\Theta_*)$, начиная с которой осадки выпадают в твердом виде. Далее легко установить, удовлетворяет ли $z(\Theta_*)$ усло-

вию $z_k \leq z(\Theta_*) \leq z_n$ и при положительном ответе найти согласно (3.31) площадь ледника, покрытую свежим летним снегом.

Зная, что нижняя граница летнего снега $Z_{лс}$ располагается на поверхности ледника, можно с некоторым приближением рассчитать средний слой свежеснежавшего снега в интервале высот $\Delta Z = Z_n - Z_{лс}$ путем интегрирования наиболее общего выражения зависимости осадков от высоты местности

$$q(z, t) = q(z_0, t) [1 + b_2(z - z_0) + b_3(z - z_0)^2], \quad (3.57)$$

предложенного в работе [17, 18] для условий Средней Азии. Здесь b_2 и b_3 — эмпирические коэффициенты, определяемые относительно уровня z_0 в конкретном водосборе. В результате интегрирования получаем аналитическую формулу для расчета $\bar{q}_{лс}(\Delta z, t)$

$$\begin{aligned} \bar{q}_{лс}(\Delta z, t) &= \frac{q(z_0, t)}{\Delta z} \int_{Z_{лс}}^{Z_n} [1 + b_2(z - z_0) + b_3(z - z_0)^2] dz = \\ &= q(z_0, t) \left[1 + b_2(\bar{z} - z_0) + b_3(\bar{z} - z_0)^2 + b_3 \frac{(Z_n - Z_{лс})^2}{12} \right], \end{aligned} \quad (3.58)$$

где

$$\bar{z} = \frac{Z_n + Z_{лс}}{2}.$$

Разумеется, если осадки выпадают несколько дней подряд, то при суммировании суточных слоев свежеснежавшего снега необходимо каждый раз повторять всю последовательность расчетов

$$z(\Theta_*, t) \rightarrow \Delta z_{лс}(t) \rightarrow S_{лс}(\Delta z, t) \rightarrow \bar{q}_{лс}(\Delta z, t).$$

От рассчитанного среднего слоя летнего снега $\bar{q}_{лс}(\Delta z, t)$ нетрудно перейти к продолжительности его залегания на площади $S(\Delta z)$, последовательно вычитая из $\bar{q}_{лс}(\Delta z, t)$ средние суточные слои таяния свежеснежавшего снега $\bar{M}_{лс}(\Delta z, t)$ до тех пор, пока не будет выполнено условие

$$\bar{q}_{лс}(\Delta z, t) - \sum_{i=1}^N \bar{M}_{лс}(\Delta z, t) \leq 0,5 \bar{M}_{лс}(\Delta z, t_{N+1}), \quad (3.59)$$

где $\bar{M}_{лс}(\Delta z, t_{N+1})$ — слой таяния на следующие сутки после N прошедших. Если $\bar{q}_{лс}$ представляет собой сумму нескольких дней с осадками, то для расчета $\bar{M}_{лс}(\Delta z, t)$ следует принимать во внимание минимальное за весь период с осадками значение $z(\Theta_*, t)$.

Изложенная модель расчета движения сезонной снеговой границы на поверхности ледника содержит ряд гипотез или упрощений, влияние которых на конечные результаты необходимо исследовать, сравнивая рассчитанный и наблюдавшийся в натуре внутригодовой ход $Z_{лс}(t)$. К сожалению, подобные наблюдения на ледниках в настоящее время не производятся из-за сложностей

организации полустационарных работ, охватывающих весь период абляции.

С целью более наглядного представления о практических результатах моделирования движения снеговой границы на рис. 3.6 показан пример расчета $Z_{лс}(t)$ в течение периода абляции 1961 г. на леднике Центральном Туюксу. Судя по графику, построенная модель достаточно удачно отражает влияние летних сне-

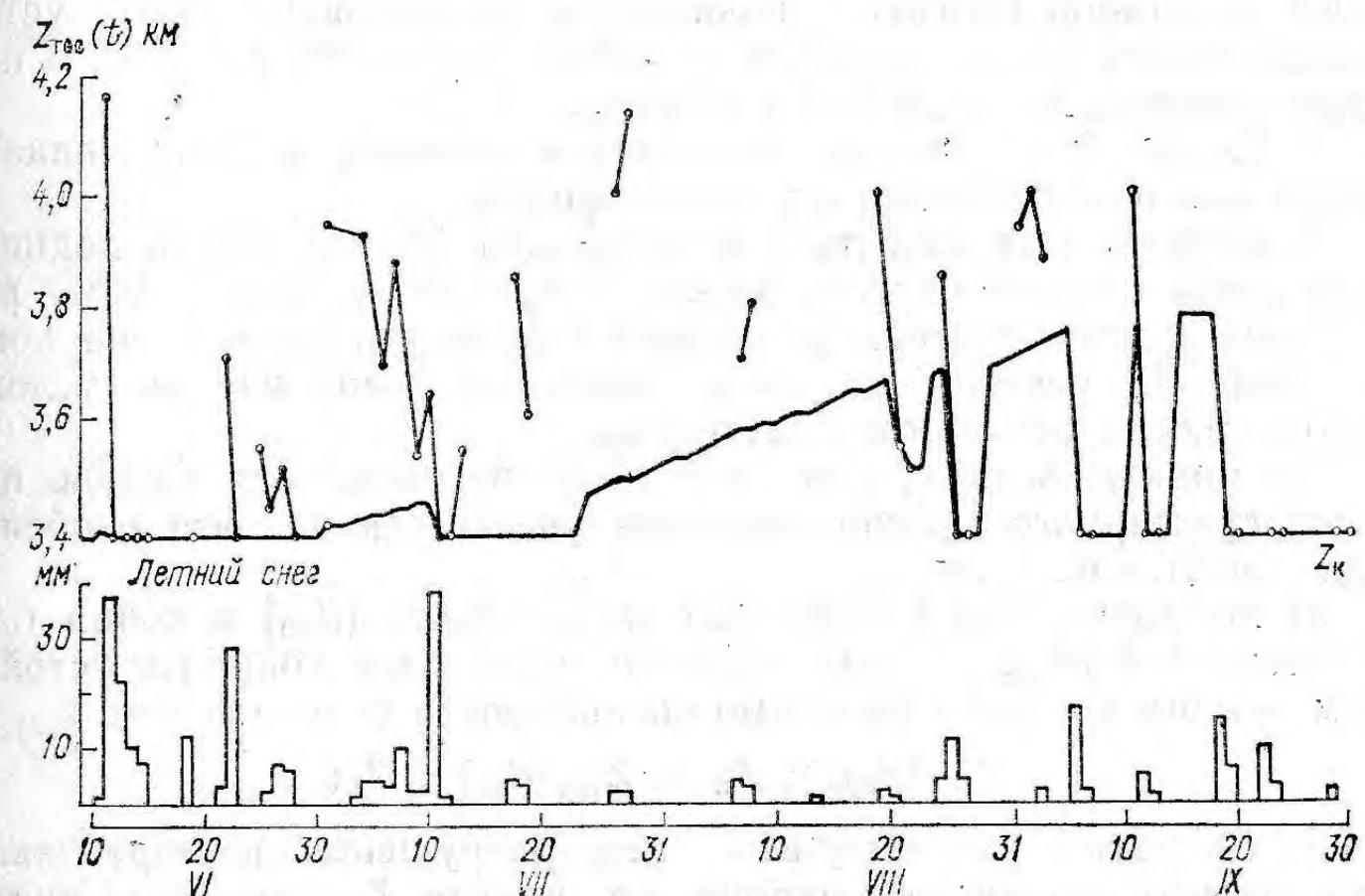


Рис. 3.6. Пример расчета движения сезонной снеговой границы на поверхности ледника Центральный Туюксу в 1961 г.

Тонкой линией и отдельными точками показаны высоты выпадения и залегания летнего снега.

гопадов на ход $Z_{лс}(t)$ и вполне соответствует известным гляцио-климатологическим представлениям о моделируемом процессе.

3.4. Продолжительность периода таяния и формирования стока на ледниках Средней Азии

С внутригодовым режимом аккумуляции и таяния и движением сезонной снеговой границы на ледниках непосредственно связаны также используемые в региональной модели суммарного таяния даты начала и конца расчетного интервала времени и периода активного формирования ледникового стока. В качестве методической основы выбора и определения этих дат прием ряд положений, которые учитывают свойства гидрологического режима ледников и то, что характеристики режима, используемые для построения региональной модели, являются одномерными функциями высоты z .

1. Два последовательных во времени сезона зимней аккумуляции и летней абляции на ледниках образуют один полный гляциогидрометеорологический цикл или балансовый год.

2. Внутри любого такого цикла имеется непрерывный интервал времени, когда ледники полностью закрыты устойчивым зимним снегом. При этом возможное таяние минимально или равно нулю.

3. Таяние льда и фирна на площади ледника, расположенной выше некоторой изогипсы, начинается только после схода устойчивого зимнего или временного летнего снежного покрова с площади ледника ниже данной изогипсы.

4. Таяние льда всегда начинается раньше, а заканчивается позже или одновременно с таянием фирна.

5. Периодом таяния льда и активного формирования ледникового стока следует считать интервал времени между датами разрушения и установления устойчивого снежного покрова на конце ледника. В первый из этих моментов выполняется условие $Z_{гсс}(t) \geq Z_k$, а во второй $Z_{гсс}(t) \leq Z_k$.

По мнению автора, для того чтобы региональная модель процесса суммарного таяния ледников учитывала все эти особенности, достаточно:

а) выбрать такие постоянные даты начала ($d_{нр}$) и конца ($d_{кр}$) расчетного периода, когда ледники полностью покрыты устойчивым зимним снегом и заведомо выполняются условия

$$Z_{гсс}(d_{нр}) < Z_k \text{ и } Z_{гсс}(d_{кр}) < Z_k;$$

б) ежегодно рассчитывать даты разрушения и образования устойчивого снежного покрова на высоте Z_k или даты начала ($d_{нл}$) и конца ($d_{кл}$) периода таяния льда на конце ледника.

На основании ранее выполненного обобщения [106] непосредственных данных по продолжительности периода абляции на ледниках Средней Азии в региональной модели суммарного таяния в качестве $d_{нл}$ и $d_{кл}$ приняты 1 мая и 31 октября. Как следует из анализа внутригодового распределения месячных сумм осадков в условиях Средней Азии [11, 34], принятая дата начала расчетного периода близка к средней многолетней дате максимума снегонакопления. Кроме того, аэровизуальные обследования заснеженности высокогорных зон ряда водосборов Средней Азии, которые систематически выполняют сотрудники Узбекского УГКС и САНИИ Госкомгидромета, показали, что даже в маловодные 1975—1977 годы ледники в начале мая полностью закрыты зимним снегом, почти не затронутым таянием.

Рассмотрим далее принятые в данной работе способы определения дат начала и конца периода таяния льда на концах ледников. Расчет $d_{нл}$ и $d_{кл}$ выполняется двумя различными и независимыми друг от друга методами. Оба этих метода объединены в специальную подпрограмму, использующую тот же архив входной информации, что и головная программа расчета суммарного таяния.

Принципиальной основой для расчета начальной даты обнажения низшей точки конца ледника от сезонного снега является математическая модель формирования снежного покрова в горах, разработанная Ю. М. Денисовым.

Подробное изложение всех этапов построения этой модели содержится в работах [17, 18, 49, 170], что позволяет ограничиться здесь только рассмотрением способа численного решения уравнения изменения водности снега w в заданном диапазоне высот водосбора с произвольным шагом по времени t и высоте z

$$w(z, t+1) = w(z, t) + \frac{\partial w(z, t+1)}{\partial t}. \quad (3.60)$$

Для нахождения частной производной в (3.60) используется численная схема, изложенная в [17, 18, 170]:

$$\frac{\partial w(z, t+1)}{\partial t} = \begin{cases} q_*(z, t+1) \text{ для } M(z, t+1) \leq 0, \\ q_*(z, t+1) - M(z, t+1) \\ \text{для } M(z, t+1) < w(z, t) + q_*(z, t+1), \\ -w(z, t) \\ \text{для } M(z, t+1) \geq w(z, t) + q_*(z, t+1) \end{cases} \left. \begin{matrix} \\ \\ \end{matrix} \right\} q_*(z, t+1) > 0, \\ = \begin{cases} -M(z, t+1) \\ \text{для } M(z, t+1) < w(z, t), \\ -w(z, t) \\ \text{для } M(z, t+1) \geq w(z, t) \end{cases} \left. \begin{matrix} \\ \\ \end{matrix} \right\} q_*(z, t+1) = 0, \quad (3.61)$$

где q_* — водность свежеснеговывающего снега, M — интенсивность таяния снега. Шаг изменения по времени в (3.61) принят равным 1 сут.

Расчет по схеме (3.61) и уравнению (3.60) начиная с 1 октября позволяет ежедневно получать распределение водности снега в зависимости от высоты местности и определять $w(z, t) = 0$, т. е. среднюю высоту снеговой границы в бассейне. Тогда первый день, когда выполнено условие

$$[\min z \in w(z, t) \neq 0] \geq Z_k, \quad (3.62)$$

явится начальной датой периода таяния льда и движения снеговой границы на поверхности ледника.

Формально в схеме (3.61) отсутствуют ограничения на распространение ее в гляциальные области водосборов. Однако для применения модели Денисова в массовых расчетах движения границы сезонного снега и дат окончания периода таяния на ледниках необходимы многочисленные данные о лавинной и метелевой концентрации снега в гляциальных областях.

По современным представлениям [132] этот процесс существенно трансформирует «фоновые» значения твердых осадков. При отсутствии соответствующей массовой информации об особенностях аккумуляции снега на ледниках использование в формуле (3.57) и схеме (3.61) зависимостей осадков от высоты местности, относящихся к внеледниковым зонам водосборов, неизбежно приведет к большим систематическим погрешностям при определении $d_{кл}$ и $Z_{гсс}(t)$ в гляциальных областях.

В связи с этим автором разработан иной метод расчета движения сезонной снеговой границы $Z_{гсс}(t)$ на поверхности ледника и дат окончания периода таяния льда. Подробное описание модели движения $Z_{гсс}(t)$, включая блок-схему расчета, приведено ранее в разделе 3.3.

Особенность метода состоит в том, что суммарная аккумуляция снега на леднике в интервале $Z_{макс} - Z_{к}$ учитывается косвенно с помощью изменяющегося от года к году значения максимального $Z_{макс}$ подъема снеговой границы над концом ледника. Такой подход позволяет в обобщенном виде принять во внимание все отмеченные здесь локальные особенности режима снежного покрова на леднике, которые не проявляются в соответствующих зависимостях $q(z)$ для внеледниковых зон водосбора.

Для расчета дат окончания периода таяния льда из алгоритма модели движения $Z_{гсс}(t)$ на леднике используется только блок определения продолжительности таяния летнего снега. В связи с этим выбор даты начала периода таяния льда $d_{нл}$ роли не играет при условии, что $d_{нр} \leq d_{нл} < d_{кл}$.

Способ определения $d_{кл}$ основан на принятом заранее условии $d_{кл} \leq d_{кр}$ и постановке задачи, где требуется установить дату, начиная с которой неизменно выполняется условие $Z_{гсс}(t) \leq Z_{к}$. Расчет $d_{кл}$ на ЭВМ осуществляется в два этапа.

На первом этапе в каждом очередном районе гляциальной области для интервала времени от $d_{нл}$ до $d_{р}$ с шагом 1 сут, согласно схеме

$$z_*(t) = \begin{cases} Z_{макс} & \text{при } \bar{q}_{лс}(t) = 0, \\ Z_{лс} & \text{при } \bar{q}_{лс}(t) > 0, \\ \min Z_{лс} & \text{при } \sum^N M_{лс}(\Delta z, t) < \sum^N \bar{q}_{лс}(\Delta z, t), \end{cases} \quad (3.63)$$

формируется рабочий массив $z_*(t)$ высот, характеризующих нижний уровень, на котором летние атмосферные осадки выпадают в виде снега, а затем стаивают. В (3.63) $\bar{q}_{лс}$ — средний слой летнего снега в пределах ледника; $\min Z_{лс}$ — самая низкая из высот границы летнего снега в течение периода из N дней, необходимого для полного стаивания свежеснежавшего снега; $M_{лс}(\Delta z, t)$ — средний за сутки слой таяния в интервале высот $\Delta z = Z_{н} - \min Z_{лс}$. В дни, когда не было ни твердых осадков, ни их таяния, высота $Z_{гсс}$ условно принимается равной значению $Z_{макс}$ в данном районе, которое определено заранее по методу, изложенному в разделе 3.1.

Таким образом, начиная с некоторого момента, когда твердые осадки покрывают полностью площадь ледника и остается в силе уравнение

$$\sum^N \bar{M}_{лс}(\Delta z, t) < \sum^N \bar{q}_{лс}(\Delta z, t),$$

высота $z_*(t)$ до конца расчетного периода ($d_{кр} = 31$ октября) становится равной $Z_{к}$.

На втором этапе расчета $d_{кл}$ массив высот, сформированный согласно (3.63), просматривается день за днем от конца расчетного периода к началу и, очевидно, что первый день, когда $z_*(t) =$

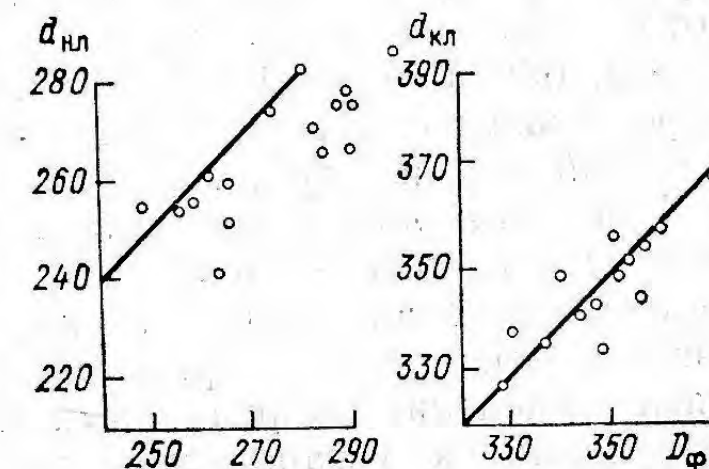


Рис. 3.7. Сравнение рассчитанных дат начала и конца периода таяния льда с фактическими по наблюдениям на леднике Центральном Туюксу.

Сплошная линия — биссектриса координатного угла.

$= Z_{макс}$, явится датой максимального положения ССГ на леднике, а следующий за ним в обычном порядке — датой окончания периода таяния льда. Строго говоря, последнее верно только в том случае, если снег очередного сезона аккумуляции сразу покрывает всю площадь аккумуляции. Впрочем эта, изредка возникающая небольшая неточность расчета $d_{кл}$ совершенно не влияет на определение суммарного таяния, которое вычисляется в зависимости от прихода внешнего тепла и высоты сезонной снеговой границы на леднике.

Оценка приемлемости изложенных в настоящем разделе способов расчета дат начала и конца периода таяния льда в гляциальных областях Средней Азии выполнена двумя независимыми способами.

Во-первых, путем сравнения рассчитанного многолетнего ряда $d_{нл}$ и $d_{кл}$ с данными непосредственных наблюдений, выполненных сотрудниками сектора географии АН КазССР за режимом снежного покрова на леднике Центральном Туюксуйском, где уже десятки лет под руководством Н. Н. Пальгова, Г. А. Токмагамбетова, К. Г. Макаревича и др. осуществляется широкая программа стационарных и полустационарных гляциологических работ.

Сходимость результатов расчета с прямыми определениями дат начала и конца периода таяния льда на леднике Центральном Туюксуйском иллюстрирует рис. 3.7. Количественная оценка отклонений показала, что при использовании в модели двухфакторной локальной формулы интенсивности таяния $M(B_{к}, \Theta)$ и учете

уклона и ориентации ледника средняя ошибка расчета $d_{нл}$ составила +12 дней, а для $d_{кл}$ близка к нулю.

Как видно, качество результатов расчета в данном случае оказалось вполне удовлетворительным. Небольшая систематическая погрешность в определениях $d_{нл}$, скорее всего, обусловлена приближенным характером зависимости осадков от высоты местности. Для уменьшения систематических погрешностей в расчетах движения $Z_{гсс}$ во внеледниковых зонах бассейнов Средней Азии автором разработаны [253] метод, алгоритм и программа корректировки, где используется оперативная спутниковая информация о площади заснеженности в горах. Авторская проверка метода корректировки расчетов $Z_{гсс}(t)$ на материалах многолетних аэрофотосъемок снежного покрова в бассейнах рек Ахангаран и Пскем, обобщенных В. П. Черногоровым [219], подтвердила его эффективность при различных вариантах ошибок расчета высот сезонной снеговой границы.

Еще одна оценка качества расчетов $d_{нл}$ и $d_{кл}$ получена путем анализа совместимости средних многолетних значений $d_{нл}$ и $d_{кл}$, определенных автором для ряда гляциальных областей Средней Азии, с описаниями в работе [11] региональными закономерностями изменения на различных высотах средних многолетних дат разрушения и установления устойчивого снежного покрова на грунтовой поверхности. В данном случае под совместимостью этих однообразных характеристик, полученных независимыми методами, понимается их логическая и физическая взаимосвязь в региональных зависимостях от высоты местности.

Представленная на рис. 3.8 графическая иллюстрация пространственной изменчивости и совместимости рассматриваемых характеристик в широком диапазоне природных условий Средней Азии позволяет сформировать следующие выводы.

1. Изменение в зависимости от высоты средних многолетних дат разрушения устойчивого снежного покрова (у. с. п.) на грунтовой поверхности в бассейнах рек Исфара, Матча, Муксу представляет собой достаточно однородный процесс, который с удовлетворительной точностью может быть аппроксимирован общим выражением.

2. Средние многолетние даты начала таяния льда на различных высотах в гляциальных областях бассейнов рек Сарыджас, Исфара, Матча, Муксу, Сельдара образуют с датами разрушения у. с. п. на грунтовой поверхности в этих же водосборах единую зависимость от высоты местности z , для которой получено следующее эмпирическое уравнение (z в км):

$$D_c = 77,6z - 160,2, \quad (3.64)$$

где D_c — даты разрушения устойчивого снежного покрова (номера дней календарного года).

3. Сближение на высотах более 4,5 км дат начала таяния льда с датами разрушения у. с. п. на грунтовой поверхности и расхождение между ними на высоте около 3 км имеет ясный физиче-

ский смысл. Вероятнее всего, в самых верхних зонах водосборов это обусловлено сравнительным однообразием условий аккумуляции и таяния снежного покрова на грунтовой и ледяной поверхностях, а в нижних — возрастанием различий между названными процессами.

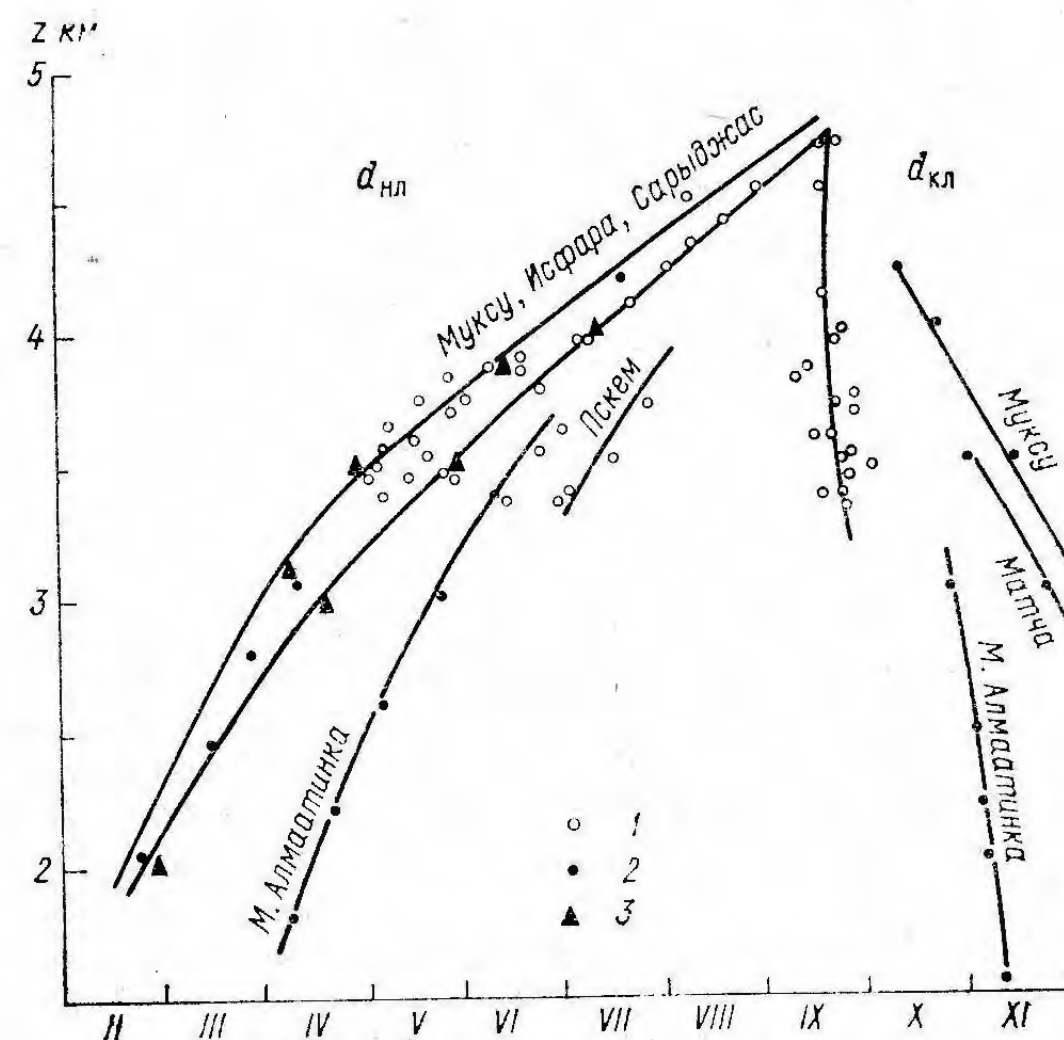


Рис. 3.8. Распределение по высоте в бассейнах рек Средней Азии дат начала и конца периода таяния льда на ледниках (1) и схода и установления устойчивого снежного покрова (2, 3) на грунтовой поверхности.

4. Вполне удовлетворительная совместимость $d_{нл}$ на концах ледников и дат разрушения у. с. п. на грунтовой поверхности наблюдается также в бассейне р. Малой Алмаатинки. Эмпирическая формула зависимости $D_c = f(z)$ для этого бассейна получена в виде

$$D_c = 44,5z - 14,2. \quad (3.65)$$

5. Различия между кривыми $D_c = f(z)$ для бассейнов рек Сарыджас, Исфара, Матча, Муксу, Сельдара, Малая Алмаатинка, Пскем вполне однозначно объясняются географическими особенностями расположения этих бассейнов и климатическими условиями сезонов аккумуляции и таяния.

6. Существенно отличающимися друг от друга оказались зависимости от высоты для средних многолетних дат конца периода таяния льда и образования у. с. п. на грунтовой поверхности. Как видно, $d_{кл}$ в различных гляциальных областях образуют общую самостоятельную зависимость от высоты.

Характерные черты этой зависимости: незначительная разница в $\bar{d}_{кл}$ на высотах от 3 до 4,8 км (≈ 20 дней), малая изменчивость $d_{кл}$ (≈ 20 дней) на одной и той же высоте в различных условиях оледенения Средней Азии. Отметим также, что сокращение периода образования устойчивого снежного покрова на грунтовой поверхности в сравнении с его разрушением свойственно в целом для зоны формирования стока рек Средней Азии, особенно на севере территории. В наиболее ярком виде эта разница проявилась в гляциальных областях Средней Азии.

Таким образом, оба рассмотренных варианта оценки качества результатов расчета дат начала и конца периода таяния льда показывают, что предложенные методы вполне пригодны для определения $d_{нл}$, $d_{кл}$ и продолжительности периода таяния льда в гляциальных областях Средней Азии.

Выводы

1. Движение сезонной снеговой границы на поверхности ледника является отражением внутригодового хода аккумуляции и абляции в гляциальных областях. Вследствие этого максимальная высота снеговой границы на ледниках весьма тесно связана с годовым балансом аккумуляции и абляции и его слагаемыми. Существование связи между $Z_{макс}$ и абляции обуславливает важную для практических целей зависимость ледникового стока от $Z_{макс}$. Отмеченные свойства $Z_{макс}$ использованы в региональной модели процесса суммарного таяния ледников для косвенной оценки сезонной аккумуляции в гляциальных областях, которую невозможно измерить непосредственно.

2. Замена аккумуляции и абляции в уравнении $Z_{макс} = f(A_k, A_b)$ соответствующими индексами позволила разработать метод реконструкции многолетнего ряда $Z_{макс}$. Эти индексы представляют собой безразмерные аномалии сезонных сумм осадков, средних месячных температур воздуха или баллов общей облачности за абляционный период и легко определяются по данным метеорологических станций.

Многолетняя изменчивость индексов аккумуляции и абляции, их алгебраической суммы адекватна вариации слагаемых вещественного баланса ледников. Этот важный вывод подтверждают одинаково тесные связи между $Z_{макс}$, годовым балансом ледника, аккумуляцией, абляцией и индексами балансовых характеристик.

3. Вклады индексов аккумуляции и абляции в описание многолетней изменчивости баланса, $Z_{макс}$ и ледникового стока представляет собой простое и весьма эффективное средство для регионального анализа, описания и прогноза гидрологического режима оледенения Средней Азии. Примерами реализации этого положения являются следующие новые результаты:

— региональная зависимость вклада индекса абляции от относительной площади оледенения в водосборе,

— зависимость относительного вклада ледникового питания в средний многолетний годовой и сезонный сток рек Средней Азии и Кавказа от вклада индекса абляции,

— решение в общем виде задачи долгосрочного прогноза ледникового стока и максимальных высот сезонной снеговой границы в гляциальных областях Средней Азии.

4. Для определения площадей пяти основных типов тающей поверхности ледника в течение периода абляции необходимы перечисленные ранее морфометрические характеристики ледника и данные о положении сезонной снеговой границы. В разработанной автором модели движения $Z_{гсс}$ по леднику также используются значения $Z_{макс}$. Тем самым учитываются особенности аккумуляции твердых осадков на ледниках. Поскольку зимние и летние твердые осадки, аккумулярованные на площади ледника в интервале высот от Z_k до $Z_{макс}$, стаивают полностью, в модели движения $Z_{гсс}$ достаточно определять суточные слои стаивания снега и принять очевидную гипотезу, что величина подъема $Z_{гсс}$ за сутки пропорциональна слою таяния за это же время. В результате сумма таяния зимнего и летнего снега за период абляции дает годовую аккумуляцию на леднике в интервале высот от Z_k до $Z_{макс}$.

5. Большое значение для описания процесса суммарного таяния ледников и ледникового стока имеет определение моментов начала и окончания периода таяния льда. Применительно к статистической модели гляциальной области автором разработаны алгоритм и программа для определения на ЭВМ дат начала и конца периода таяния льда с отдельным учетом движения границы сезонного снега $Z_{гсс}$ на ледниках и внеледниковых зонах бассейна реки.

Анализ закономерностей изменения по территории Средней Азии дат начала $d_{нл}$ и окончания $d_{кл}$ периода таяния льда выявил четкую зависимость $d_{нл}$ и $d_{кл}$ от высоты и хорошую их совместимость с процессом схода и установления устойчивого снежного покрова на грунтовой поверхности. В общем для бассейнов рек Средней Азии характерны постепенное и сильно растянутое во времени освобождение концов ледников от зимнего снега и почти одновременное установление устойчивого снежного покрова на высотах Z_k . В среднем многолетнем сход снежного покрова на концах ледников в диапазоне высот от 3,3 до 4,7 км происходит с начала мая до конца августа — начала сентября. Установление устойчивого снежного покрова на концах ледников в том же диапазоне высот осуществляется в течение 20—25 дней с середины сентября до начала октября. На высотах более 4,7—4,8 км снежный покров залегает в течение всего года и продолжительность периода таяния льда равна нулю.